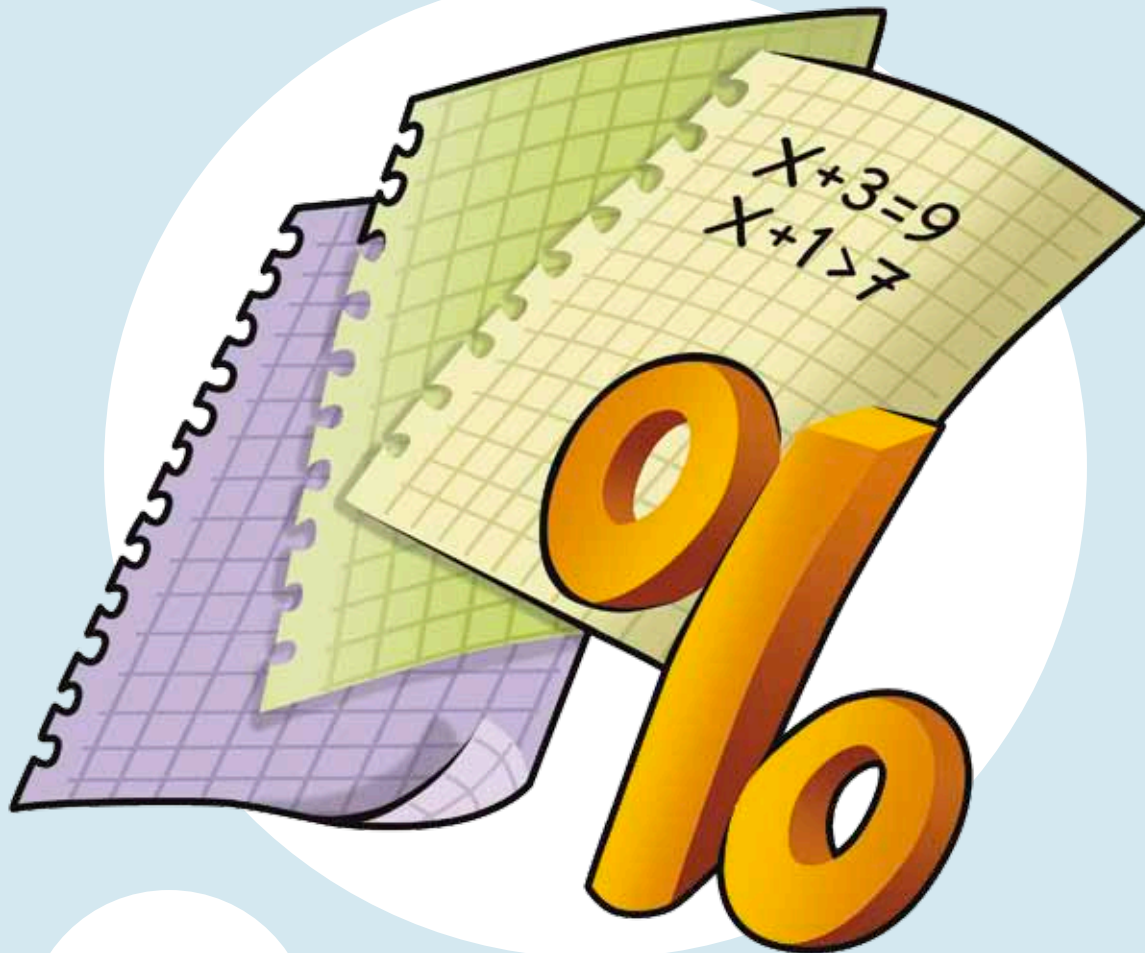


Matemática

6^o
básico
TOMO II



Matemática

6^o básico TOMO II



Dirección editorial

Prof. Rodolfo Hidalgo Caprile

Jefatura de área

Mg. Cristian Gúmera Valenzuela

Edición

Mg. Patricio Loyola Martínez

Autoría

Prof. Jaime Ávila Hidalgo
Prof. Carlos Castro Maldonado
Prof. Richard Merino Leyton
Prof. Paola Ramírez González

Asesoría pedagógica y de contenidos

Dra. Elizabeth Montoya Delgadillo
Prof. Marianela López Cerda
Prof. Pedro Marchant Olea

Asesoría en didáctica

Dra. Lorena Espinoza Salfate
Dr. Joaquim Barbé Farré
Mg. Enrique González Laussube
Prof. Dinko Mitrovich García



El Centro Félix Klein de la UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE, ha revisado y validado la propuesta didáctica de las páginas de resolución de problemas basadas en el Método Gráfico Singapur propuestas en los textos de Matemática del proyecto Casa del Saber de Editorial Santillana.



¿Qué pasos me permiten resolver de manera ordenada un problema?

Pasos para Resolver problemas



Primero, debes leer y comprender la **situación** y la **pregunta** asociada a ella.

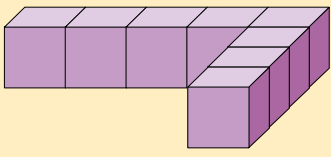
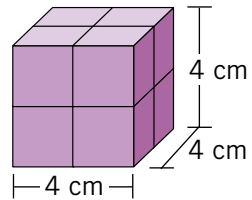
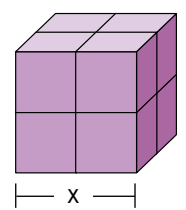
Luego, debes seleccionar los **datos** que te permitan responder la pregunta.



Una vez seleccionados los datos, encontrarás la solución del problema utilizando una **estrategia**.

Finalmente, debes **comprobar** la solución y **responder** la pregunta del problema.



Resolución de problemas		
PASOS PARA RESOLVER SITUACIONES PROBLEMA	Problema	La figura presentada, se encuentra formada por cubos donde cada uno tiene 2 cm de aristas. ¿Cuál es el volumen de la figura? 
	Comprensión de la situación y la pregunta	Explica con tus palabras la situación y la interrogante que debes responder.
	Selección de los datos	Selecciona solo aquellos datos de la situación que te permitan dar respuesta a la pregunta.
	Utilización de una estrategia	En esta etapa, busca una estrategia para resolver la situación problema.
	Comprobación y respuesta	Analiza la solución encontrada y responde en forma completa la pregunta del problema.
ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS	Puedes seleccionar la estrategia que te facilite resolver el problema. Aquí, te presentamos algunas de ellas.	
	Hacer una representación	La imagen anterior se puede relacionar con el cubo que se muestra. 
	Utilizar una fórmula matemática (modelar)	 → Volumen del cubo ▶ x^3 Luego como $x = 4 \text{ cm}$ se tiene que: $4^3 \text{ cm}^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \text{ cm}^3 = 64 \text{ cm}^3$

El **Tomo II** del material didáctico **Matemática 6° básico**, proyecto **Casa del Saber**, es una obra colectiva, creada y diseñada por el Departamento de Investigaciones Educativas de Editorial Santillana.

Dirección editorial: Rodolfo Hidalgo Caprile
Subdirección de contenidos: Ana María Anwandter Rodríguez
Solucionario: Daniela Castro Salazar, Cristina Fuenzalida Guzmán, Aldo Ramírez Marchant
Corrección de estilo: Patricio Varetto Cabré
Documentación: Paulina Novoa Venturino, Cristian Bustos Chavarría
Gestión autorizaciones: María Cecilia Mery Zúñiga

Subdirección de arte: María Verónica Román Soto
Jefatura de arte: Raúl Urbano Cornejo
Diseño y diagramación: Ximena Moncada Lomeña, Claudia Barraza Martínez
Ilustraciones: Sergio Lantadilla Munizaga
Fotografías: Archivo Santillana
Cubierta: Alfredo Galdames Cid
Ilustración de cubierta: Sandra Caloguerea Alarcón
Producción: Germán Urrutia Garín

El texto escolar que tienes en tus manos es mucho más que un buen texto:

320 profesionales de primer nivel pensando día a día en cómo mejorar la educación de nuestro país.

Más de 40 años de experiencia al servicio de la educación de calidad en Chile.

2.240 horas de investigación y análisis para la elaboración de esta sólida propuesta educativa.

Plataforma en línea disponible 24 horas al día con recursos digitales innovadores para docentes, estudiantes y familias.

Más de 600 seminarios y capacitaciones anuales para docentes a lo largo de todo el país.

Múltiples alianzas con organizaciones relacionadas con la educación, la cultura y la vida saludable.

Comprometidos socialmente con el futuro de más de 25.000 niños y niñas chilenos, pertenecientes a nuestra red de responsabilidad social.

La editorial ha hecho todo lo posible por conseguir los permisos correspondientes para las obras con copyright que aparecen en el presente texto. Cualquier error u omisión será rectificado en futuras impresiones a medida que la información esté disponible.

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

© 2013, by Santillana del Pacífico S.A. de Ediciones.
Dr. Aníbal Ariztía 1444, Providencia, Santiago (Chile).
PRINTED IN CHILE. Impreso en Chile por Quad/Graphics
ISBN: 978-956-15-2195-7 – Inscripción N° 221.829
www.santillana.cl info@santillana.cl

SANTILLANA® es una marca registrada de Grupo Santillana de Ediciones, S.L.
Todos los derechos reservados.

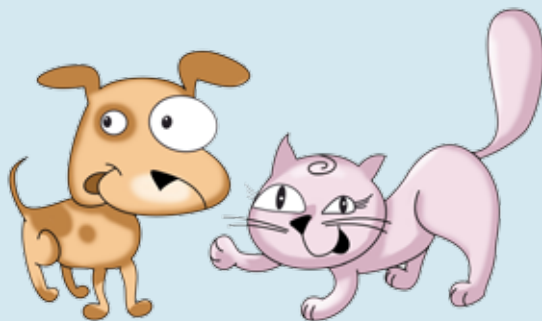


Presentación

Este libro forma parte del proyecto la **Casa del Saber**, que es un espacio educativo donde podrás desarrollar las capacidades necesarias para tu formación personal y social. ¿Qué encontrarás en la **Casa del Saber**?

- Es una casa donde todos tenemos cabida. Aquí encontrarás contenidos, textos, imágenes y actividades escritas de una manera sencilla y amigable, para que descubras que aprender es entretenido.
- Es un espacio donde todos aprendemos a compartir y a convivir, por medio de actividades que nos invitan a reflexionar sobre los valores y a relacionarnos mejor con los demás.
- Es una casa abierta al mundo, donde podrás aprender más y de manera interactiva gracias a la tecnología.
- Es una casa llena de desafíos que te pondrán a prueba y que junto con tus compañeras y compañeros, deberán enfrentar para encontrar soluciones, desarrollando habilidades matemáticas y aplicando diferentes estrategias de cálculo y de resolución de problemas.

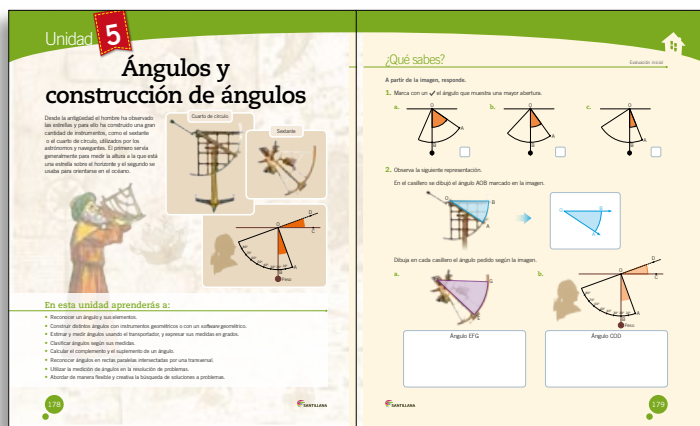
Nosotros avanzaremos con ustedes en todo momento,
solo necesitan curiosidad y ganas de aprender.



¿Cómo se organiza tu texto?

El texto **Matemática 6° básico Casa del Saber** se organiza en 8 unidades y en cada unidad encontrarás:

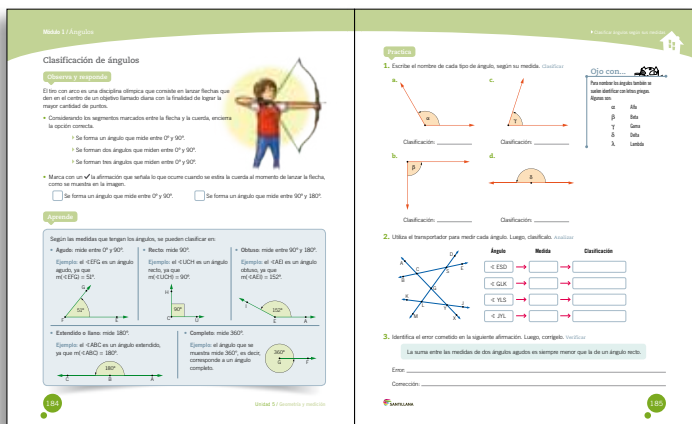
● Páginas de inicio de unidad



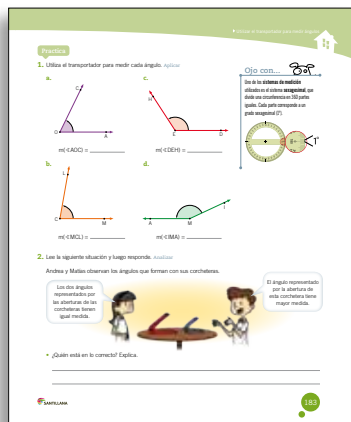
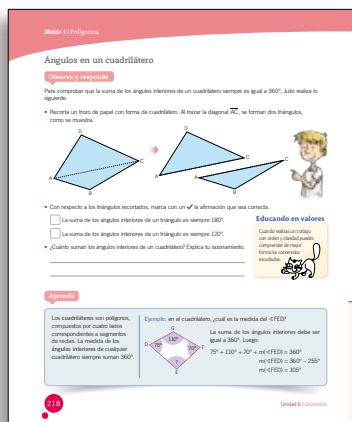
- Número y título de la unidad
- Objetivos de aprendizaje
- Evaluación inicial

● Módulos organizados por objetivos de aprendizaje

- Observa y responde
- Lee y responde
- Analiza y responde
- Aprende
- Practica
- Ponte a prueba



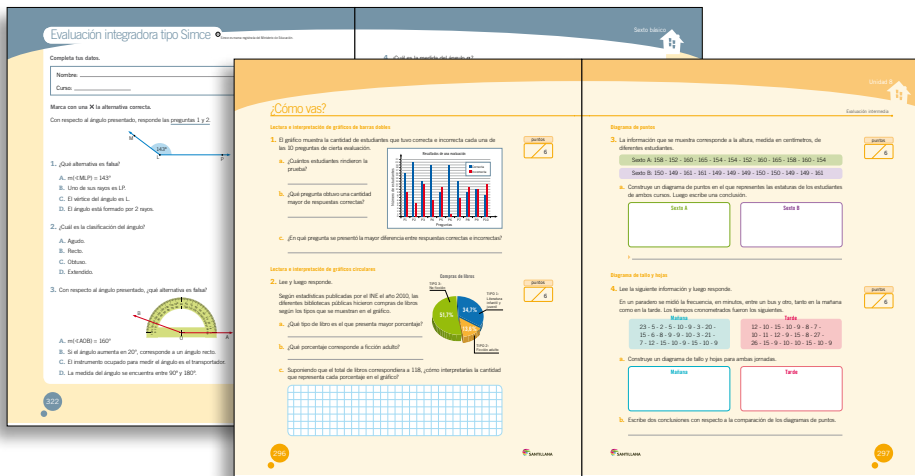
Secciones de cada unidad



- Educando en valores
- ¿Sabías que...?
- Conectad@s
- Recuerda que...
- Ojo con...



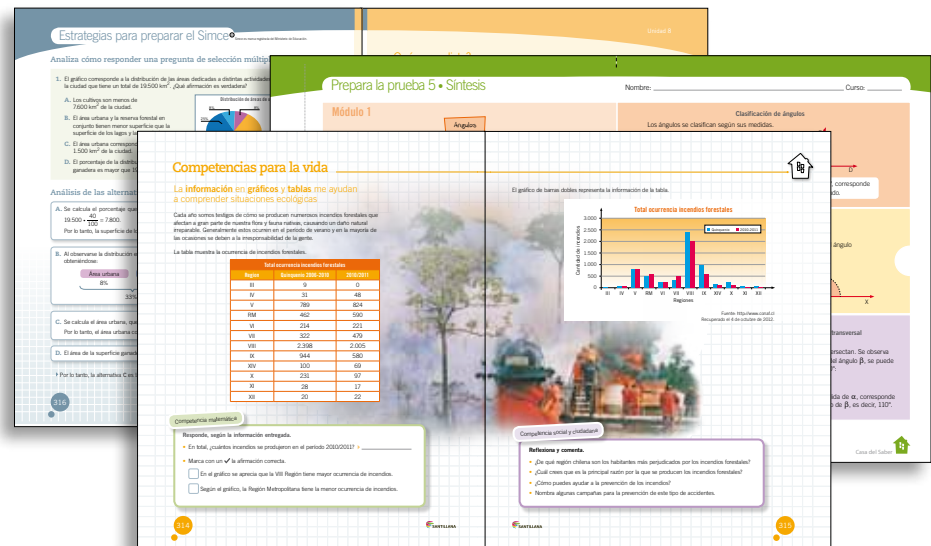
Páginas de evaluación



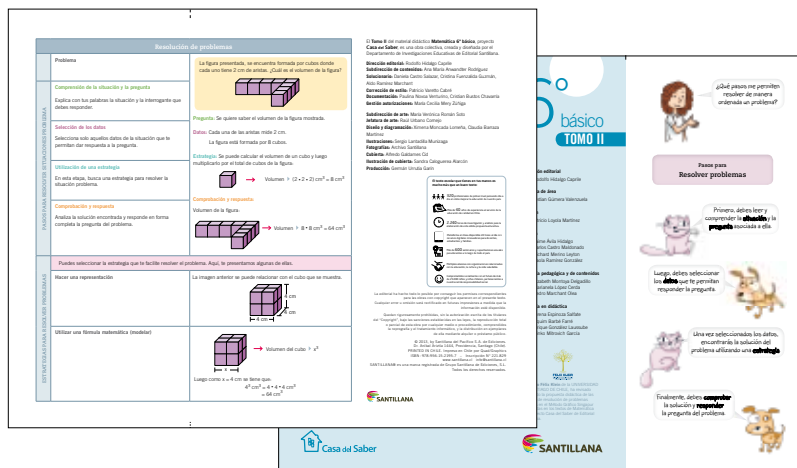
- ¿Qué sabes?
Evaluación inicial
- ¿Cómo vas?
Evaluación intermedia
- ¿Qué aprendiste?
Evaluación final
- Evaluación integradora tipo Simce®

Páginas especiales

- Competencias para la vida
- Resolución de problemas
- Estrategias para preparar el Simce®
- Prepara la prueba (Síntesis y repaso para que pegues en tu cuaderno)



Páginas de apoyo



- Desarrollo de la autonomía (Agenda)
- Desplegable de habilidades

Unidad	Módulo 1	Módulo 2	Módulo 3
 Ángulos y construcción de ángulos págs. 178 - 209	Ángulos Ángulos y sus elementos pág. 180 Medición de ángulos pág. 182 Clasificación de ángulos pág. 184 Estimación de la medida de ángulos pág. 186 Ponte a prueba pág. 187	Construcción de ángulos Utilización de instrumentos y <i>software</i> geométrico pág. 188 Utilización de <i>software</i> geométrico pág. 191 Ponte a prueba pág. 191	Ángulos entre rectas Complemento y suplemento de un ángulo pág. 194 Ángulos opuestos por el vértice pág. 196 Ángulos entre rectas paralelas intersectadas por una transversal pág. 198 Educando en valores: cuidado de los animales pág. 198 Ponte a prueba pág. 199
 Polígonos y teselaciones págs. 210 - 245	Polígonos Polígonos regulares e irregulares pág. 212 Triángulos pág. 214 Ángulos en un triángulo pág. 216 Ángulos en un cuadrilátero pág. 218 Educando en valores: trabajo ordenado pág. 218 Ponte a prueba pág. 219	Construcción de triángulos Construcción de triángulos según la medida de sus lados pág. 220 Construcción de triángulos según la medida de sus ángulos pág. 222 Utilización de <i>software</i> geométrico pág. 224 Ponte a prueba pág. 225	Teselaciones Transformaciones isométricas pág. 228 Teselaciones regulares pág. 232 Teselaciones semirregulares e irregulares pág. 234 Ponte a prueba pág. 235



Resolución de problemas	Competencias	Simce®	Evaluaciones	Síntesis y repaso
Estrategia Utilizar una representación para reconocer la medida de un ángulo pág. 200	El estudio de la geometría me permite comprender distintas estructuras Competencias: matemática, conocimiento e interacción con el mundo físico pág. 202	Análisis de una pregunta de selección múltiple pág. 204	¿Qué sabes? Evaluación inicial pág. 179 ¿Cómo vas? Evaluación intermedia pág. 192 ¿Qué aprendiste? Evaluación final pág. 205	Prepara la prueba 5
Estrategia Establecer condiciones para la construcción de un triángulo pág. 236	El estudio de teselaciones me ayuda a comprender obras de arte Competencias: matemática, cultural y artística pág. 238	Análisis de una pregunta de selección múltiple pág. 240	¿Qué sabes? Evaluación inicial pág. 211 ¿Cómo vas? Evaluación intermedia pág. 226 ¿Qué aprendiste? Evaluación final pág. 241	Prepara la prueba 6

Índice

Unidad	Módulo 1	Módulo 2	Módulo 3
 Área y volumen págs. 246 - 281	Paralelepípedos y redes de construcción Prismas pág. 248 Paralelepípedos pág. 250 Redes de construcción de un paralelepípedo pág. 252 Ponte a prueba pág. 253	Superficie de cubos y paralelepípedos Unidades de superficie pág. 254 Área de un cubo pág. 256 Área de un paralelepípedo pág. 258 Ponte a prueba pág. 261	Volumen de cubos y paralelepípedos Unidades de medida de volumen pág. 264 Volumen de cubos y paralelepípedos pág. 266 Variación de medidas pág. 270 Educando en valores: responsabilidad en tareas pág. 269 Ponte a prueba pág. 271
 Datos y probabilidades págs. 282 - 321	Tratamiento de la información Conceptos básicos pág. 284 Lectura e interpretación de gráfico de barras simples pág. 286 Lectura e interpretación de gráfico de barras dobles pág. 288 Lectura e interpretación de gráficos circulares pág. 290 Diagrama de puntos pág. 292 Diagrama de tallo y hojas pág. 294 Educando en valores: cuidado del entorno pág. 288 Ponte a prueba pág. 295	Medidas de tendencia central Media aritmética pág. 298 Moda pág. 300 Mediana pág. 302 Ponte a prueba pág. 303	Probabilidad Experimentos aleatorios y determinísticos pág. 304 Frecuencia relativa asociada a un suceso pág. 306 Probabilidad de ocurrencia de un suceso pág. 308 Uso de software pág. 310 Ponte a prueba pág. 311
Evaluación integradora			



Resolución de problemas	Competencias	Simce®	Evaluaciones	Síntesis y repaso
Estrategia Descomponer un cuerpo para reconocer su volumen pág. 272	La geometría me ayuda a representar distintos elementos del entorno con cuerpos geométricos Competencias: matemática, conocimiento e interacción con el mundo físico pág. 274	Análisis de una pregunta de selección múltiple pág. 276	¿Qué sabes? Evaluación inicial pág. 247 ¿Cómo vas? Evaluación intermedia pág. 262 ¿Qué aprendiste? Evaluación final pág. 277	Prepara la prueba 7
Estrategia Interpretar la información de un gráfico de barras dobles pág. 312	La información en gráficos y tablas me ayudan a comprender situaciones ecológicas Competencias: matemática, social y ciudadana pág. 314	Análisis de una pregunta de selección múltiple pág. 316	¿Qué sabes? Evaluación inicial pág. 283 ¿Cómo vas? Evaluación intermedia pág. 296 ¿Qué aprendiste? Evaluación final pág. 317	Prepara la prueba 8

Desarrollo de la autonomía



Tarea para la casa

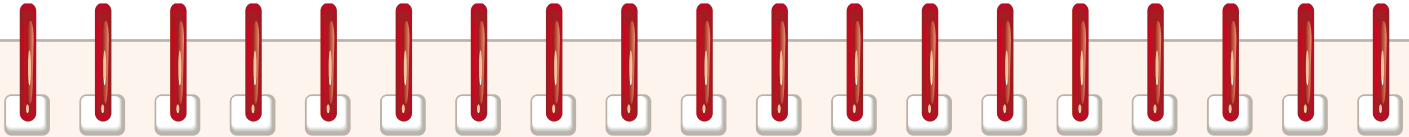


Prueba



Traer materiales

Marzo					Abril					Mayo					Junio					Julio				
Día					Día					Día					Día					Día				
1					1					1					1					1				
2					2					2					2					2				
3					3					3					3					3				
4					4					4					4					4				
5					5					5					5					5				
6					6					6					6					6				
7					7					7					7					7				
8					8					8					8					8				
9					9					9					9					9				
10					10					10					10					10				
11					11					11					11					11				
12					12					12					12					12				
13					13					13					13					13				
14					14					14					14					14				
15					15					15					15					15				
16					16					16					16					16				
17					17					17					17					17				
18					18					18					18					18				
19					19					19					19					19				
20					20					20					20					20				
21					21					21					21					21				
22					22					22					22					22				
23					23					23					23					23				
24					24					24					24					24				
25					25					25					25					25				
26					26					26					26					26				
27					27					27					27					27				
28					28					28					28					28				
29					29					29					29					29				
30					30					30					30					30				
31										31										31				



Tarea para la casa



Prueba



Traer materiales

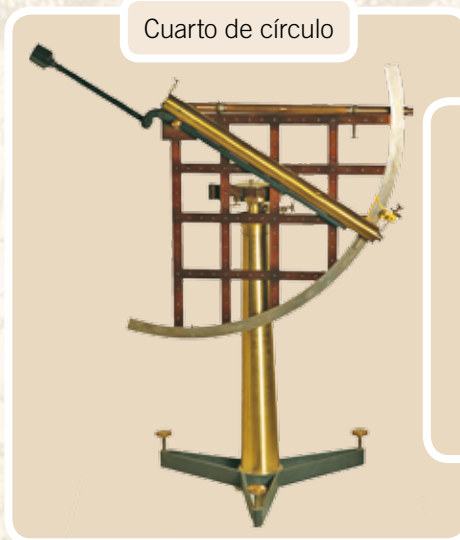
Agosto					Septiembre					Octubre					Noviembre					Diciembre				
Día					Día					Día					Día					Día				
1					1					1					1					1				
2					2					2					2					2				
3					3					3					3					3				
4					4					4					4					4				
5					5					5					5					5				
6					6					6					6					6				
7					7					7					7					7				
8					8					8					8					8				
9					9					9					9					9				
10					10					10					10					10				
11					11					11					11					11				
12					12					12					12					12				
13					13					13					13					13				
14					14					14					14					14				
15					15					15					15					15				
16					16					16					16					16				
17					17					17					17					17				
18					18					18					18					18				
19					19					19					19					19				
20					20					20					20					20				
21					21					21					21					21				
22					22					22					22					22				
23					23					23					23					23				
24					24					24					24					24				
25					25					25					25					25				
26					26					26					26					26				
27					27					27					27					27				
28					28					28					28					28				
29					29					29					29					29				
30					30					30					30					30				
31										31										31				

Ángulos y construcción de ángulos

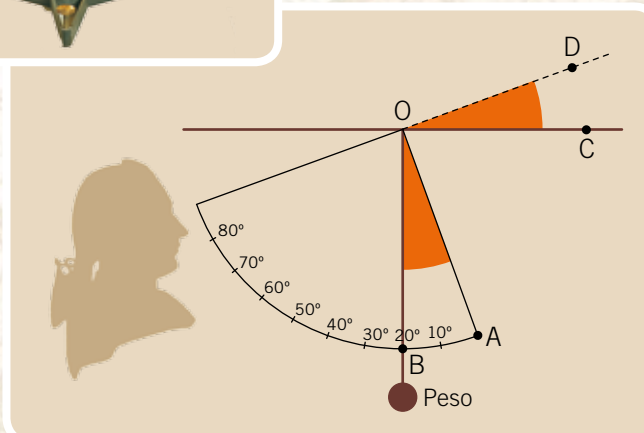
Desde la antigüedad el hombre ha observado las estrellas y para ello ha construido una gran cantidad de instrumentos, como el sextante o el cuarto de círculo, utilizados por los astrónomos y navegantes. El primero servía generalmente para medir la altura a la que está una estrella sobre el horizonte y el segundo se usaba para orientarse en el océano.



Cuarto de círculo



Sextante



En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer un ángulo y sus elementos.
- Construir distintos ángulos con instrumentos geométricos o con un *software* geométrico.
- Estimar y medir ángulos usando el transportador, y expresar sus medidas en grados.
- Clasificar ángulos según sus medidas.
- Calcular el complemento y el suplemento de un ángulo.
- Reconocer ángulos en rectas paralelas intersectadas por una transversal.
- Utilizar la medición de ángulos en la resolución de problemas.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.

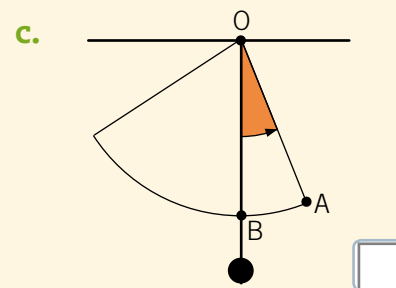
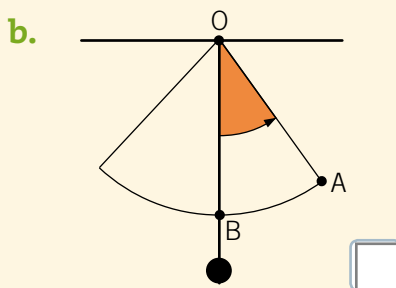
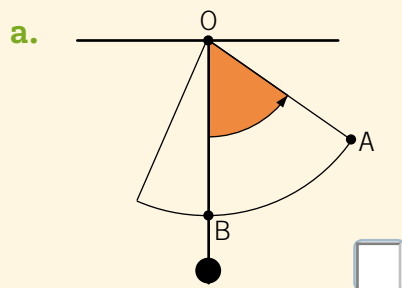

 Presentación multimedia


 Planificaciones



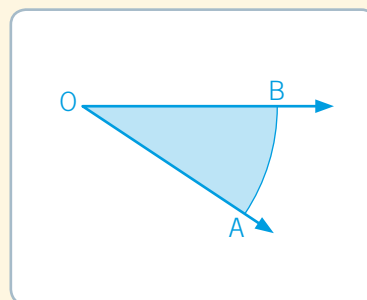
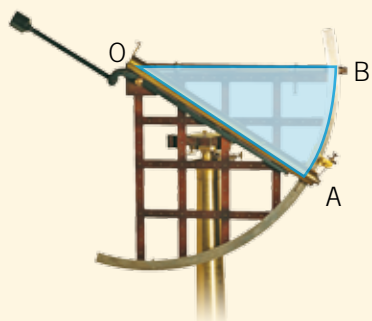
A partir de la imagen, responde.

1. Marca con un ☒ el ángulo que muestra una mayor abertura.

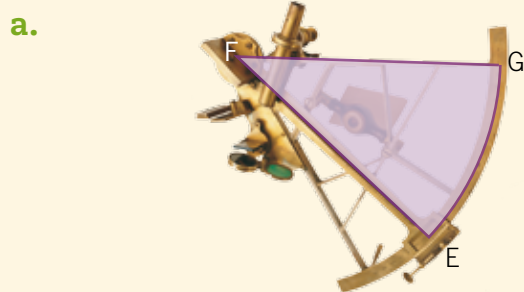


2. Observa la siguiente representación.

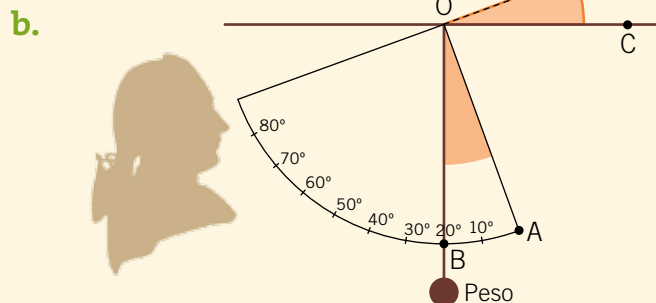
En el casillero se dibujó el ángulo AOB marcado en la imagen.



Dibuja en cada casillero el ángulo pedido según la imagen.



Ángulo EFG



Ángulo COD

Ángulos y sus elementos

Observa y responde

El limpiaparabrisas de un automóvil barre el vidrio moviéndose de un extremo a otro.



- En la imagen, cada letra representa lo siguiente:
 - El punto fijo **O** del limpiaparabrisa.
 - El segmento que une el punto fijo **O** y el extremo del limpiaparabrisas en posición normal **A**.
 - El segmento que une el punto fijo **O** y el extremo del limpiaparabrisas **B**, cuando se encuentra en movimiento.
- Marca con un ☒ la figura que representa el dibujo respecto de los puntos **AOB**.



Segmento



Ángulo



Línea



Recta

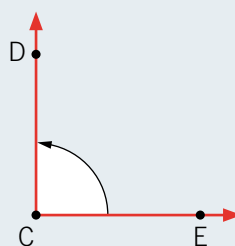
Aprende

Un **ángulo** ($\sphericalangle$) es la abertura formada por dos **rayos**, que comparten un mismo origen llamado **vértice**. Cada rayo se denomina **lado del ángulo**.

En general, un ángulo se nombra utilizando letras mayúsculas considerando el sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj (antihorario) y la letra central indica el vértice del ángulo.

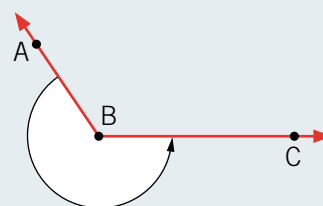
Ejemplos

- Ángulo ECD ($\sphericalangle$ ECD)



Lados **CE** y **CD**
Vértice **C**

- Ángulo ABC ($\sphericalangle$ ABC)



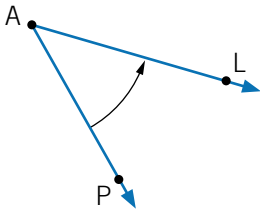
Lados **BA** y **BC**
Vértice **B**



Practica

1. Identifica los elementos que componen cada ángulo. *Identificar*

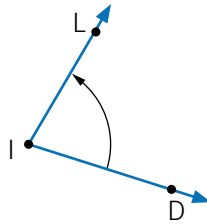
a. Ángulo PAL ($\angle$ PAL).



Lados: _____

Vértice: _____

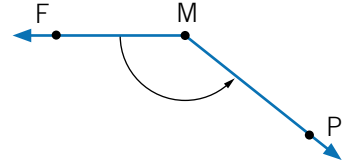
b. Ángulo DIL ($\angle$ DIL).



Lados: _____

Vértice: _____

c. Ángulo FMP ($\angle$ FMP).

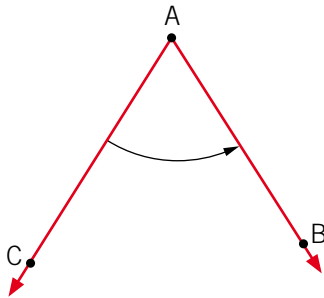


Lados: _____

Vértice: _____

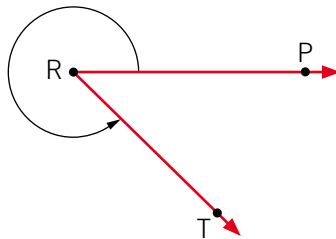
2. Escribe el nombre de cada ángulo. *Identificar*

a.



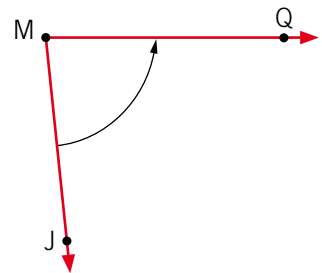
► _____

b.



► _____

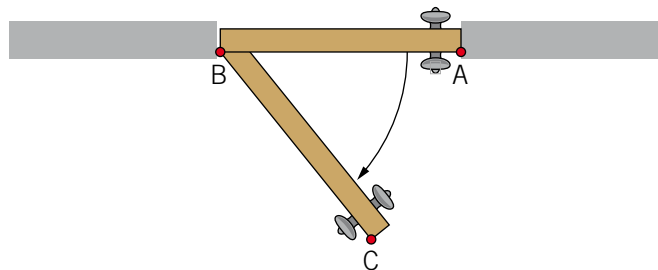
c.



► _____

3. Lee la situación y luego responde. *Analizar*

Una puerta se abre y forma un ángulo. Los segmentos que corresponden a su posición inicial y final, pueden dibujarse de la siguiente manera.



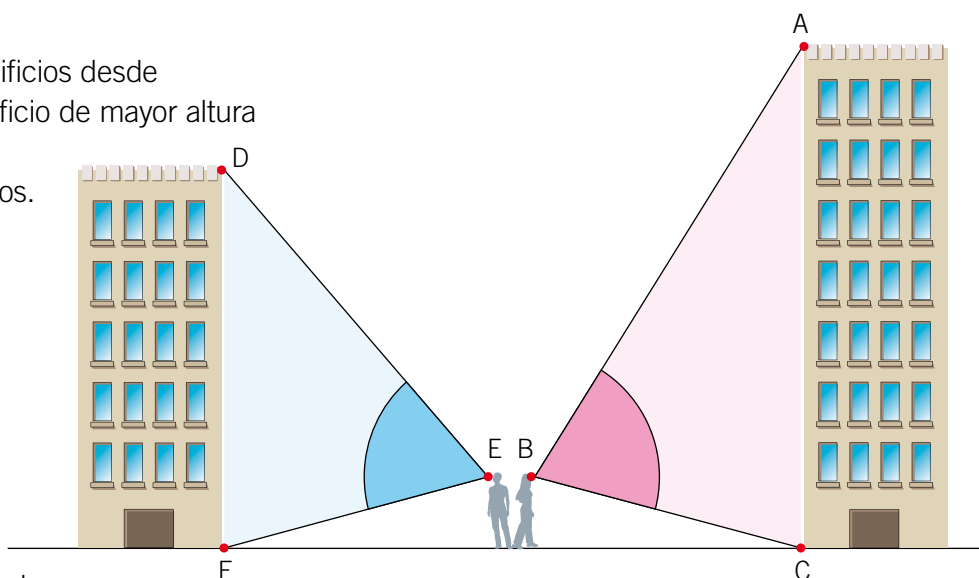
a. ¿Qué letra representa el vértice del ángulo dibujado?

b. ¿Cómo se representan los lados del ángulo dibujado?

Medición de ángulos

Observa y responde

Matías y Valeria están observando dos edificios desde su base hasta su cúspide; ella mira el edificio de mayor altura y Matías, el más bajo. Ambos están a la misma distancia de los respectivos edificios.



- Marca con un ☒ cada afirmación verdadera.

- ☐ Para mirar el edificio desde la base a su cúspide, Matías debe elevar más la mirada que Valeria.
- ☐ Para mirar el edificio desde la base a su cúspide, Valeria debe elevar más la mirada que Matías.
- ☐ Para mirar el edificio desde la base a su cúspide, ambos elevan la mirada en la misma inclinación.

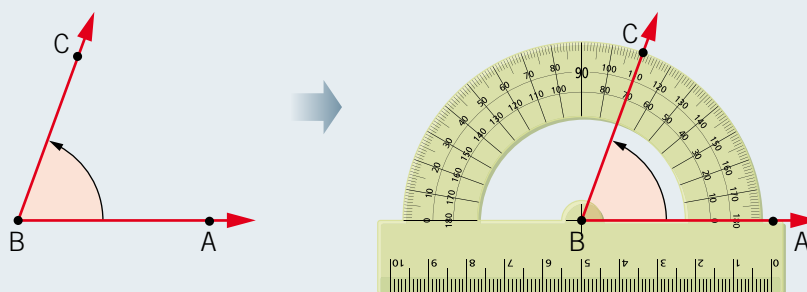
Aprende

Para **medir** un ángulo, se puede utilizar un **transportador**.

Un ángulo se mide en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, siguiendo este procedimiento:

- Se hace coincidir el vértice del ángulo con el centro de la base del transportador y ese mismo lado con 0° .
- Se identifica en el transportador la medida, en grados, que coincide con el otro lado del ángulo.

Ejemplo: para saber la medida del ángulo ABC o $m(\angle ABC)$, se tiene lo siguiente:



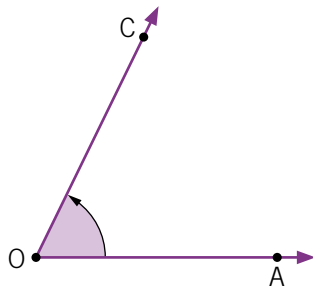
Por lo tanto, la medida del ángulo ABC es 70° o $m(\angle ABC) = 70^\circ$.



Practica

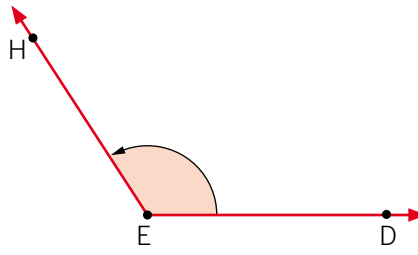
1. Utiliza el transportador para medir cada ángulo. **Aplicar**

a.



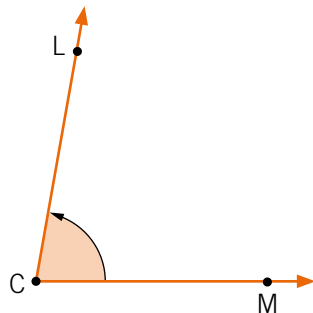
$m(\angle AOC) = \underline{\hspace{2cm}}$

c.



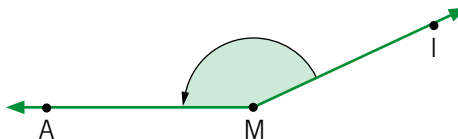
$m(\angle DEH) = \underline{\hspace{2cm}}$

b.



$m(\angle MCL) = \underline{\hspace{2cm}}$

d.

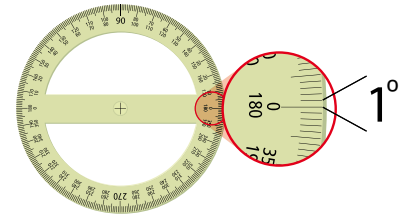


$m(\angle IMA) = \underline{\hspace{2cm}}$

Ojo con...



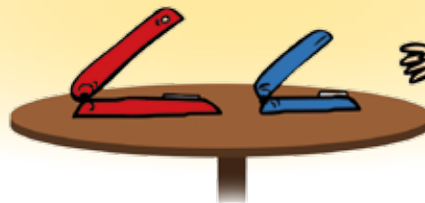
Uno de los **sistemas de medición** utilizados es el sistema **sexagesimal**, que divide una circunferencia en 360 partes iguales. Cada parte corresponde a un grado sexagesimal (1°).



2. Lee la siguiente situación y luego responde. **Analizar**

Andrea y Matías observan los ángulos que forman con sus corcheteras.

Los dos ángulos representados por las aberturas de las corcheteras tienen igual medida.



El ángulo representado por la apertura de esta corchetera tiene mayor medida.



- ¿Quién está en lo correcto? Explica.

Clasificación de ángulos

Observa y responde

El tiro con arco es una disciplina olímpica que consiste en lanzar flechas que den en el centro de un objetivo llamado diana con la finalidad de lograr la mayor cantidad de puntos.

- Considerando los segmentos marcados entre la flecha y la cuerda, encierra la opción correcta.
 - Se forma un ángulo que mide entre 0° y 90° .
 - Se forman dos ángulos que miden entre 0° y 90° .
 - Se forman tres ángulos que miden entre 0° y 90° .
- Marca con un ☒ la afirmación que señala lo que ocurre cuando se estira la cuerda al momento de lanzar la flecha, como se muestra en la imagen.

☐

Se forma un ángulo que mide entre 0° y 90° .

☐

Se forma un ángulo que mide entre 90° y 180° .

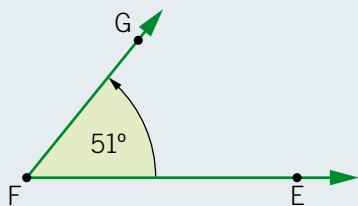


Aprende

Según las **medidas** que tengan los ángulos, se pueden clasificar en:

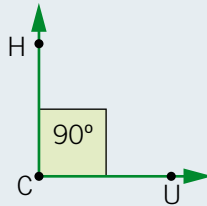
- Agudo:** mide entre 0° y 90° .

Ejemplo: el $\angle EFG$ es un ángulo agudo, ya que $m(\angle EFG) = 51^\circ$.



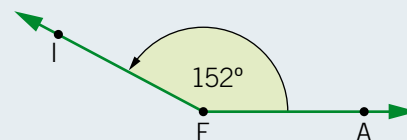
- Recto:** mide 90° .

Ejemplo: el $\angle UCH$ es un ángulo recto, ya que $m(\angle UCH) = 90^\circ$.



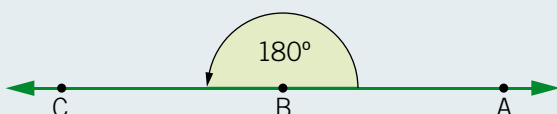
- Obtuso:** mide entre 90° y 180° .

Ejemplo: el $\angle AEI$ es un ángulo obtuso, ya que $m(\angle AEI) = 152^\circ$.



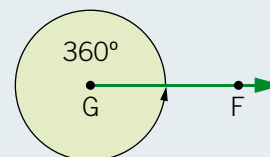
- Extendido o llano:** mide 180° .

Ejemplo: el $\angle ABC$ es un ángulo extendido, ya que $m(\angle ABC) = 180^\circ$.



- Completo:** mide 360° .

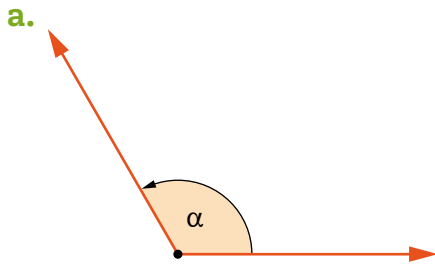
Ejemplo: el ángulo que se muestra mide 360° , es decir, corresponde a un ángulo completo.



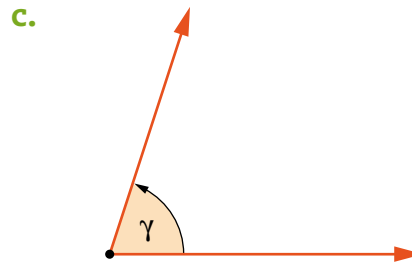


Practica

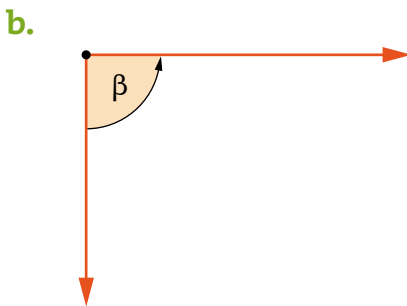
1. Escribe el nombre de cada tipo de ángulo, según su medida. [Clasificar](#)



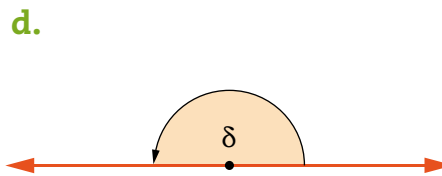
Clasificación: _____



Clasificación: _____



Clasificación: _____



Clasificación: _____

Ojo con...

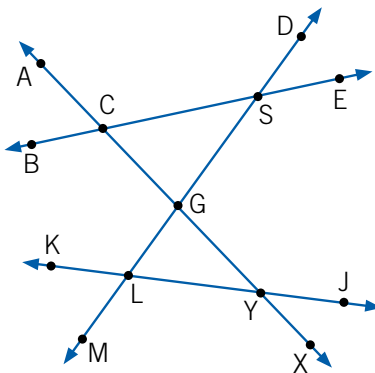


Para nombrar los ángulos también se suelen identificar con letras griegas.

Algunas son:

α	Alfa
β	Beta
γ	Gama
δ	Delta
λ	Lambda

2. Utiliza el transportador para medir cada ángulo. Luego, clasifícalo. [Analizar](#)



Ángulo	Medida	Clasificación
$\angle$ ESD	→	→
$\angle$ GLK	→	→
$\angle$ YLS	→	→
$\angle$ JYL	→	→

3. Identifica el error cometido en la siguiente afirmación. Luego, corrígelo. [Verificar](#)

La suma entre las medidas de dos ángulos agudos es siempre menor que la de un ángulo recto.

Error: _____

Corrección: _____

Estimación de la medida de ángulos

Observa y responde

Las casas de una calle tienen techos en los cuales se pueden visualizar ángulos de diferentes medidas.



- Marca con un ✓ la afirmación que sea correcta.

- ☐ La casa de color azul tiene un techo que forma un ángulo mayor que 90° .
- ☐ La casa de color rojo tiene un techo que forma un ángulo mayor que 90° .
- ☐ La casa de color amarillo tiene un techo que forma un ángulo menor que 90° .

- Remarca la opción de la casa en cuyo techo se identifique un ángulo recto.

Casa de color rojo

Casa de color azul

Casa de color verde

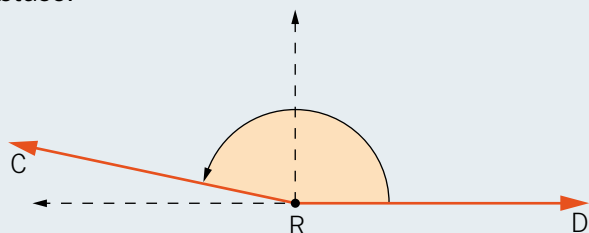
Casa de color amarillo

Aprende

Cuando no se conoce con exactitud la medida de un ángulo, es posible **estimar** su medida. Esta estimación se puede hacer a partir de su forma o utilizando algún referente.

Ejemplos:

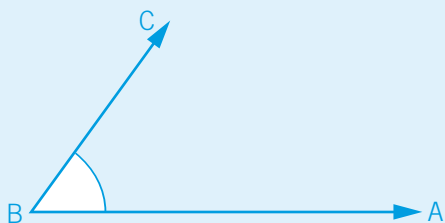
- Según su forma, se estima que el ángulo DRC mide entre 90° y 180° , o aproximadamente 170° . Además, dada la forma que presenta, se puede inferir que corresponde a un ángulo obtuso.
- Al relacionar parte de la intersección de las líneas 2 y 5 del Metro de Santiago con rectas que se intersectan, se puede estimar que la medida de los ángulos que forman es de 90° .



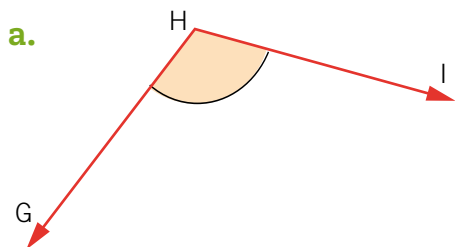


Practica

1. Clasifica sin medir los siguientes ángulos. Luego, estima las medidas aproximadas de cada ángulo. Observa el ejemplo. *Reconocer*

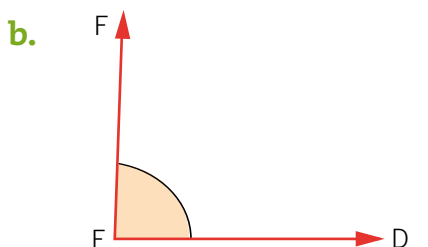


El $\angle ABC$ se clasifica como un ángulo agudo; además, es posible estimar que su medida está entre 50° y 60° . Por lo tanto, mediría aproximadamente 55° .



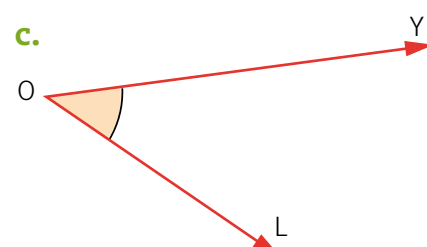
► Clasificación: _____

► Medida estimada: _____



► Clasificación: _____

► Medida estimada: _____

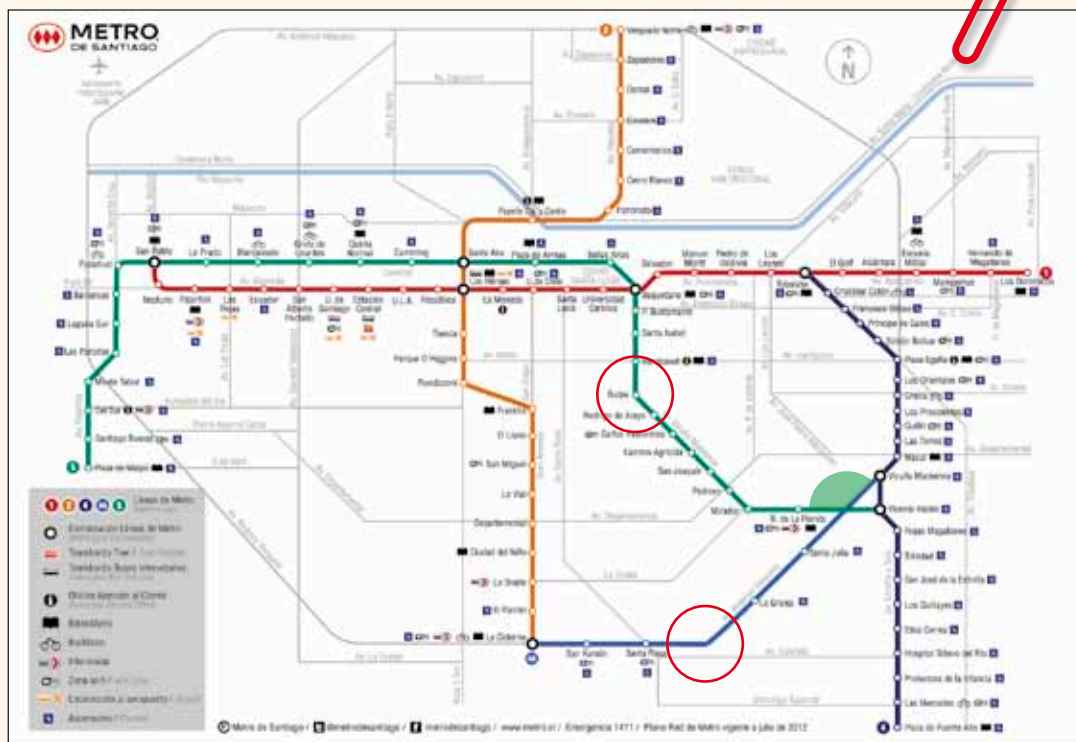


► Clasificación: _____

► Medida estimada: _____

Ponte a prueba

- Utilizando un transportador, mide los ángulos que se encuentran encerrados de color rojo.
- Encierra con color verde los ángulos obtusos que identifiques en el trayecto de la línea 2.
- Estima entre qué ángulos está el ángulo de color verde. Luego, aproxima su medida.



Gentileza: Metro de Santiago

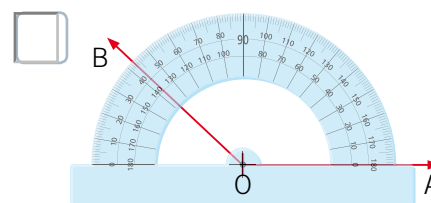
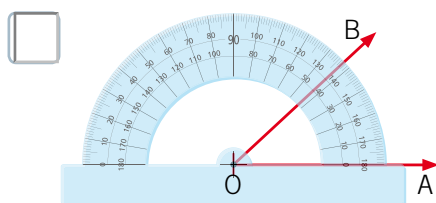
Utilización de instrumentos y *software* geométricos

Observa y responde

Para confeccionar una maqueta, Claudio debe construir con precisión un ángulo de 43° . Para ello, realizará lo siguiente:

- Dibuja el rayo OA ($\overrightarrow{OA}$) en un papel, como se muestra.
- Ubica el transportador respecto al rayo OA, de modo que el punto O coincida con el centro del transportador. Luego, desde el centro del transportador dibuja el rayo OB que intersecte en los 43° señalados en el transportador.

Marca con un ☒ el dibujo que represente dicha situación.



- Explica en qué se diferencian los ángulos anteriores.

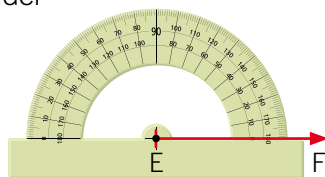
Aprende

Para **construir un ángulo** dada su medida, se pueden utilizar distintos instrumentos geométricos (un transportador, una regla o un compás). Por ejemplo, para construir el ángulo FEH tal que $m(\angle FEH) = 70^\circ$, se puede realizar lo siguiente:

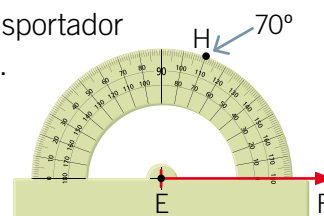
1° Se dibuja el rayo EF.



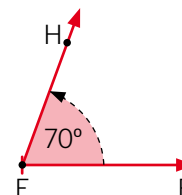
2° Se ubica el transportador según el rayo, de manera que el inicio de este coincida con el centro del transportador.



3° Se marca con el transportador la medida del ángulo.



4° Utilizando una regla, se dibuja el otro lado del ángulo FEH.

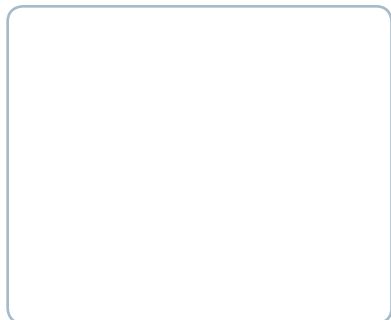




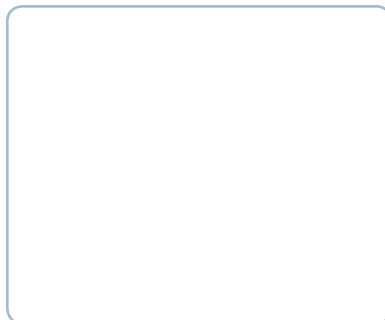
Practica

1. Construye cada ángulo según lo descrito. **Aplicar**

a. $\angle ABC$ tal que $m(\angle ABC) = 35^\circ$.



b. $\angle JKL$ tal que $m(\angle JKL) = 114^\circ$.



Conectad@s

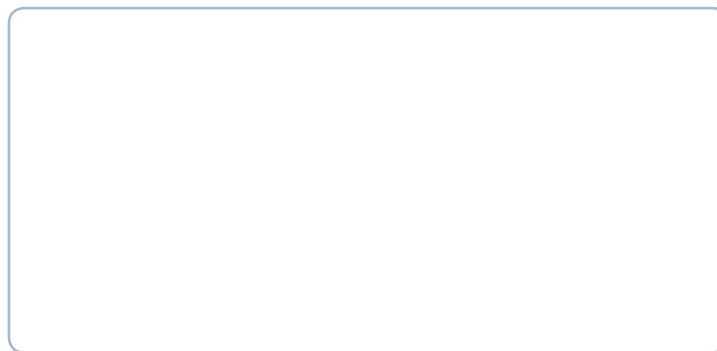
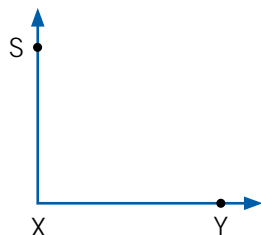
Ingresa a:

www.casadelsaber.cl/mat/604

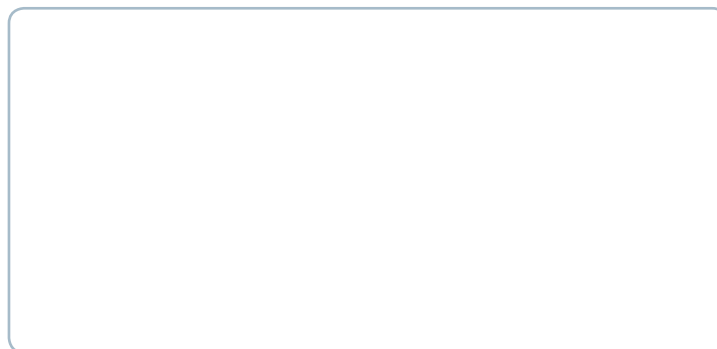
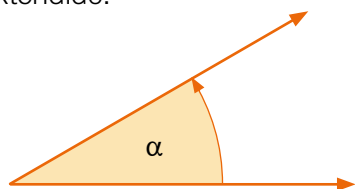
y encontrarás una actividad para complementar este contenido.

2. Realiza cada construcción según lo pedido. **Analizar**

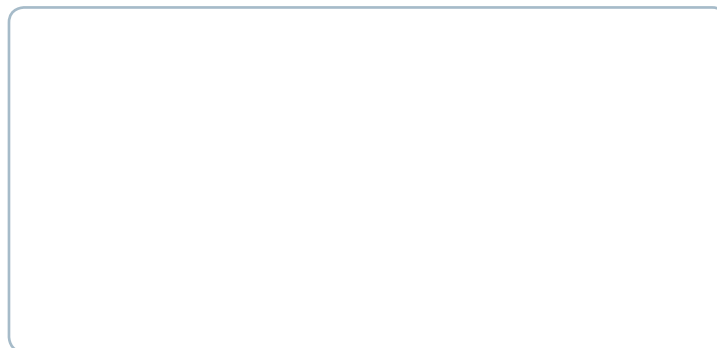
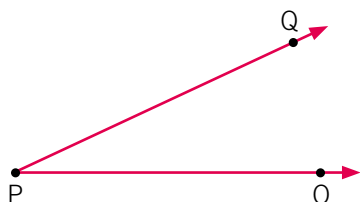
a. Construye un ángulo cuya medida sea igual a $m(\angle YXS)$.



b. Construye un ángulo con la condición que al sumar su medida con $m(\angle \alpha)$, resulte un ángulo extendido.



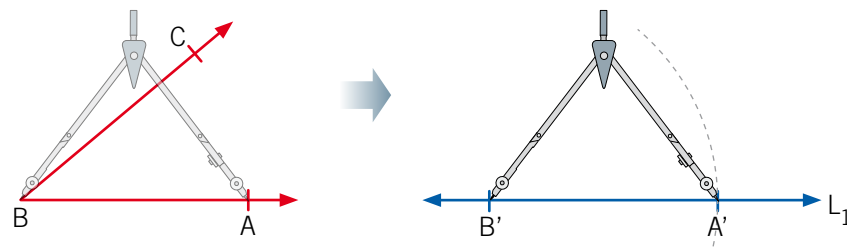
c. Construye un ángulo cuya medida, sumada con la medida del ángulo OPQ, resulte 90° .



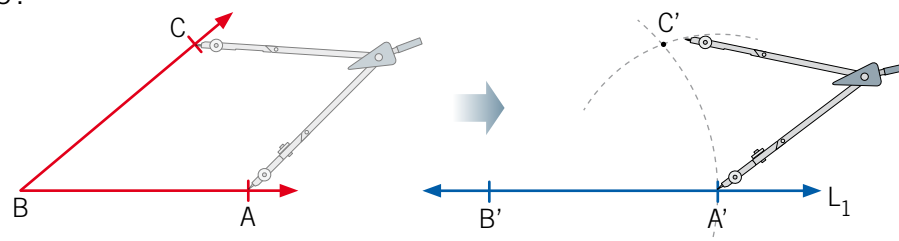
3. Analiza la siguiente información. Analizar

Para copiar el ángulo ABC ($\angle ABC$) utilizando la regla y el compás, puedes guiarte por los siguientes pasos:

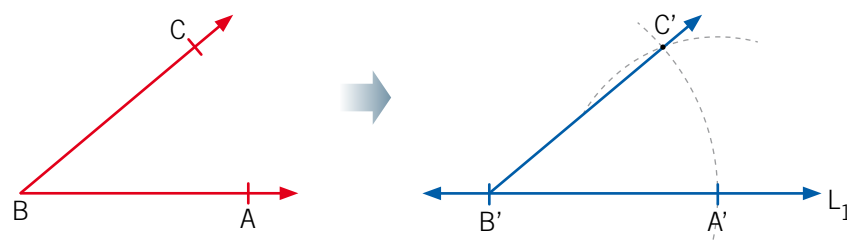
1º Dibuja una recta L_1 y marca, usando el compás, el segmento BA en ella. Llámalo $B'A'$.



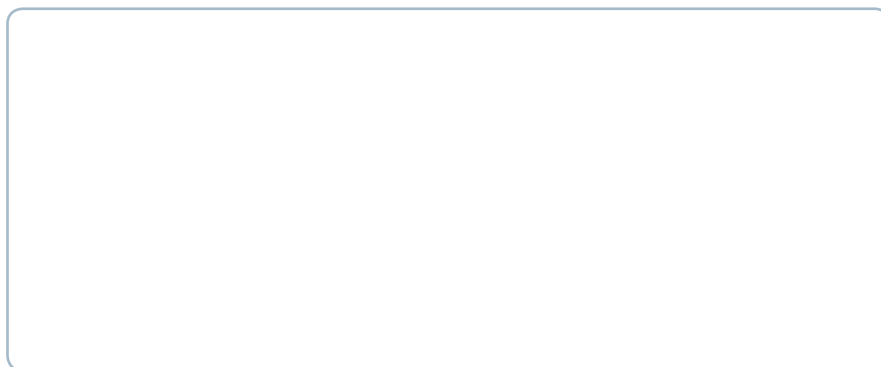
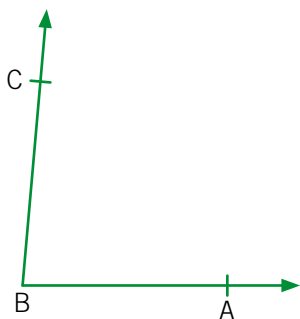
2º Con centro en A' , dibuja un arco de circunferencia cuyo radio sea la medida de AC . La intersección de los puntos será C' .



3º Finalmente, utilizando una regla, traza el rayo $B'C'$. Entonces se obtiene el ángulo $A'B'C'$.



• Copia el siguiente ángulo.





4. Utiliza el *software* geométrico GeoGebra para realizar la siguiente actividad. Luego, responde. [Analizar](#)

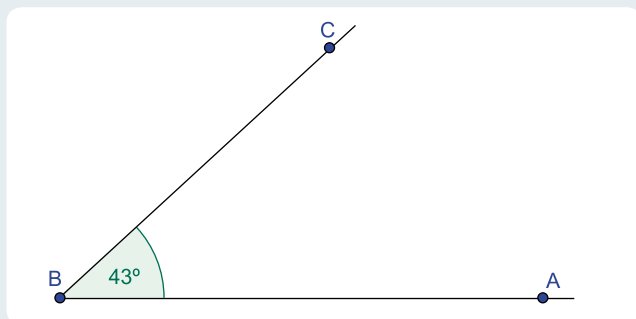
Haz clic sobre el triángulo que aparece en el botón  y se desplegará un menú con varias opciones:

Opción 1



Ángulo

Con esta opción puedes construir un ángulo de cualquier medida. Para ello, ubica 3 puntos, **A**, **B** y **C**, en el sentido contrario a las manecillas del reloj; el punto **B** corresponderá al vértice del ángulo en el plano. Luego, presionando sobre el triángulo que aparece en el botón  se desplegará un menú y haces clic sobre el botón  para remarcar desde el vértice cada extremo del ángulo.



Opción 2

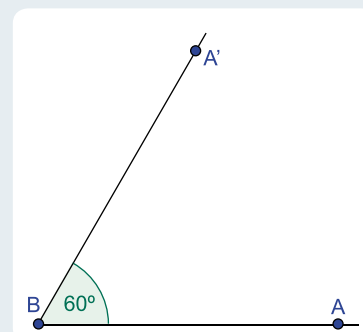


Ángulo dada su amplitud

Con esta opción puedes construir un ángulo a partir de una medida dada. Para ello, ubicas 2 puntos, A y B, de izquierda a derecha y aparecerá:



En el cuadro que aparecerá escribes la medida del ángulo, por ejemplo 60° . Luego, presionando sobre el triángulo que aparece en el botón  se despliega un menú y haces clic sobre el botón  para remarcar desde el vértice hasta cada extremo del ángulo.



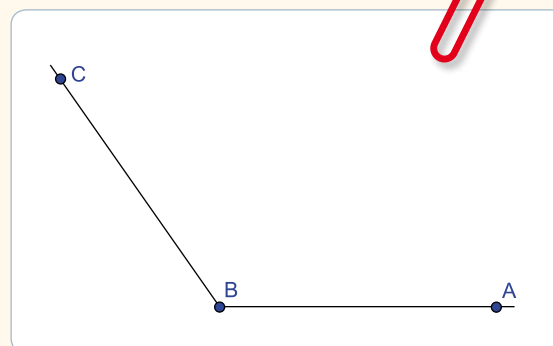
Utilizando el *software* geométrico GeoGebra, construye un ángulo agudo, un ángulo recto, uno obtuso y uno extendido, utilizando las dos opciones presentadas.

Ponte a prueba

Utilizando el *software* geométrico GeoGebra, se ha construido el siguiente ángulo.

- ¿Cuánto mide el ángulo ABC?
- Construye en tu cuaderno el mismo ángulo utilizando instrumentos geométricos y el *software* geométrico GeoGebra.

Nota: la aplicación GeoGebra (www.geogebra.org), creada por Markus Hohenwarter, fue incluida en este texto con fines de enseñanza y a título meramente ejemplar.

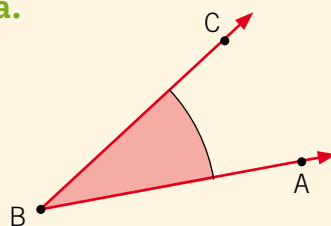


¿Cómo vas?

Ángulos y sus elementos

1. Completa con los elementos pedidos en cada caso.

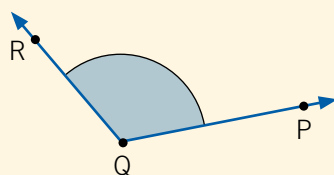
a.



Vértice: _____

Lados: _____

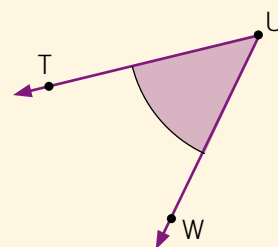
b.



Vértice: _____

Lados: _____

c.



Vértice: _____

Lados: _____

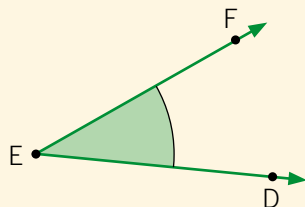
puntos

3

Medición de ángulos

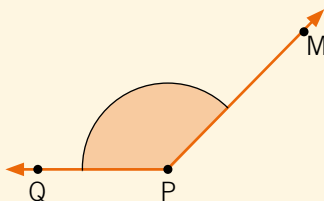
2. Utiliza el transportador para medir cada ángulo.

a.



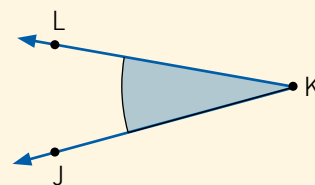
► $m(\angle DEF) =$ _____

b.



► $m(\angle MPQ) =$ _____

c.



► $m(\angle LKJ) =$ _____

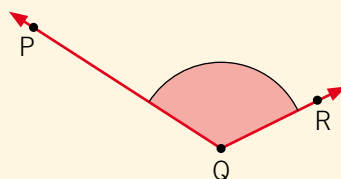
puntos

3

Clasificación de ángulos

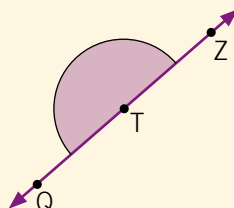
3. Clasifica los siguientes ángulos. Para ello, escribe agudo, obtuso o extendido, según corresponda.

a.



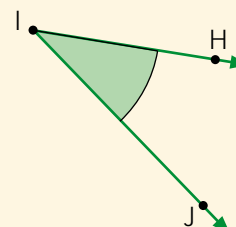
Clasificación:

b.



Clasificación:

c.



Clasificación:

puntos

3



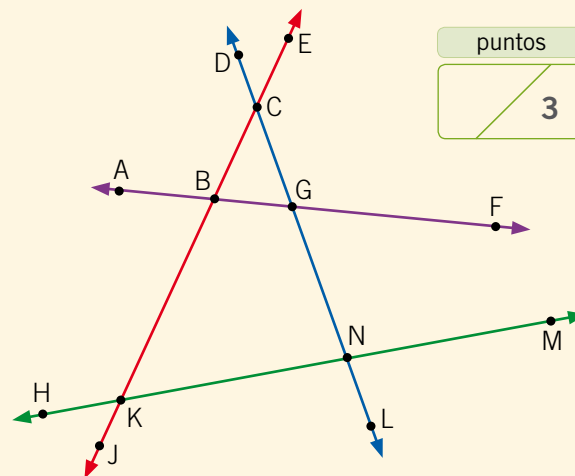
Estimación de ángulos

4. Analiza la figura y responde.

a. Escribe 5 ángulos obtusos.

b. Aproximadamente, ¿cuál es la medida del ángulo DGA?

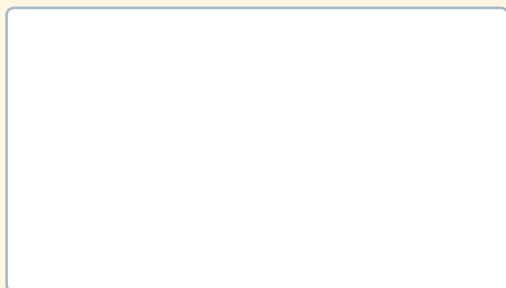
c. Aproximadamente, ¿cuánto suman $m(\angle NGF)$ y $m(\angle AGN)$?



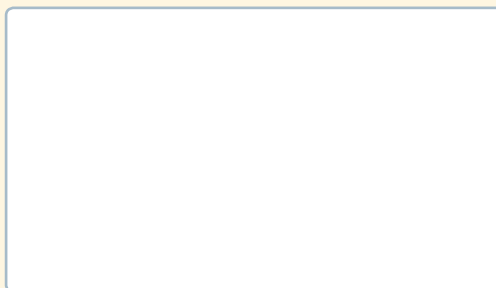
Utilización de instrumentos y software geométricos

5. Construye cada ángulo según la medida correspondiente.

a. $\angle BEA$ tal que $m(\angle BEA) = 50^\circ$.



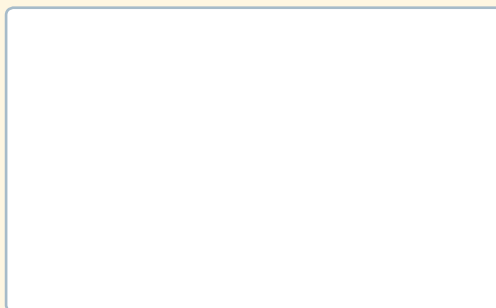
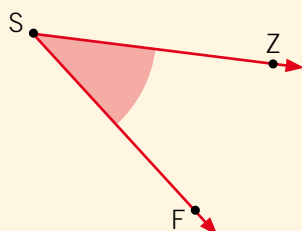
b. $\angle FGH$ tal que $m(\angle FGH) = 165^\circ$.



puntos
4

6. Realiza la construcción según lo solicitado.

Ángulo cuya medida, sumada con $m(\angle FSZ)$, resulte 180° .



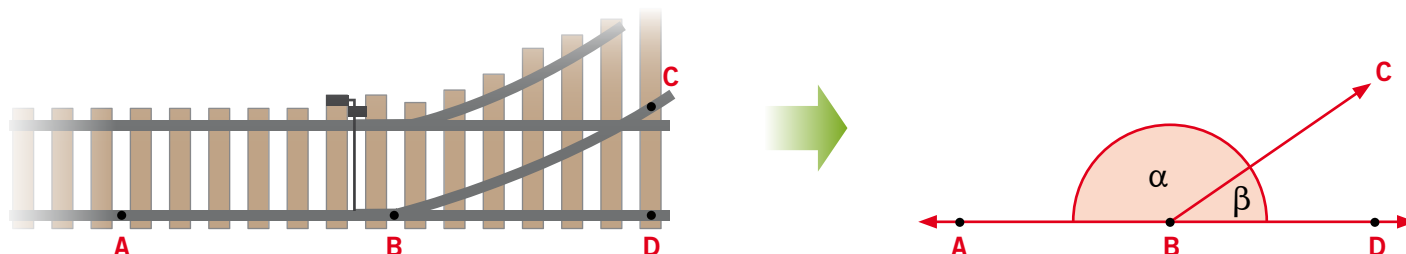
puntos
2

3 Ángulos entre rectas

Complemento y suplemento de un ángulo

Observa y responde

En las líneas de ferrocarriles existen distintas estructuras que permiten modificar la posición de las vías para asignar diferentes trayectos a los trenes que transitan por ellas. Esto puede representarse de la siguiente manera:



- Marca con un ☒ si la afirmación es correcta.

☐ $m(\angle DBA) = \beta + \alpha$

☐ El ángulo DBC es obtuso.

☐ El ángulo CBA es obtuso.

- Suponiendo que $\beta = 40^\circ$, encierra el recuadro que corresponde a la medida de α .

☐ $\alpha = 40^\circ$

☐ $\alpha = 90^\circ$

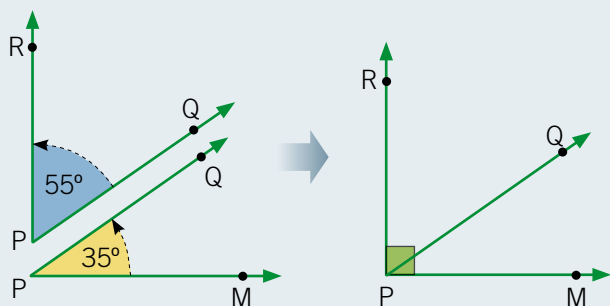
☐ $\alpha = 140^\circ$

Aprende

Dos ángulos son **complementarios** si la suma de sus medidas es igual a 90° .

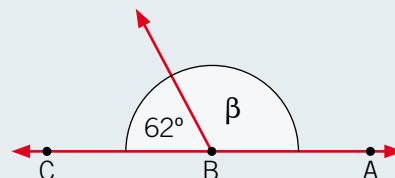
Ejemplo: si $m(\angle MPQ) = 35^\circ$ y $\angle QPR$ es complementario al $\angle MPQ$, ¿cuál es la medida del $\angle QPR$?

La suma de sus medidas es 90° , entonces:
 $m(\angle QPR) = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$.



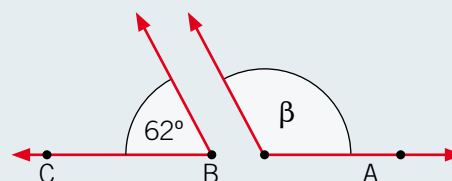
Dos ángulos son **suplementarios** si la suma de sus medidas es igual a 180° .

Ejemplo: si $\angle ABC$ es extendido, ¿cuál es la medida de β ?



La medida del ángulo β es 118° , ya que:

$$\beta = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$$





Practica

1. Completa con la medida que se pide en cada caso. **Aplicar**

a. El complemento de 65° . ►

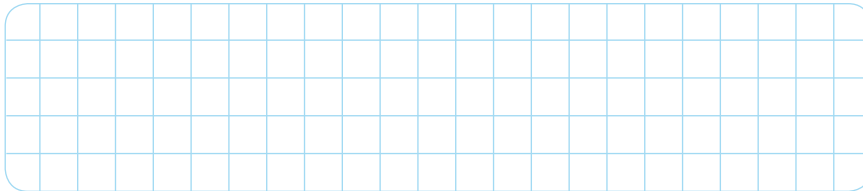
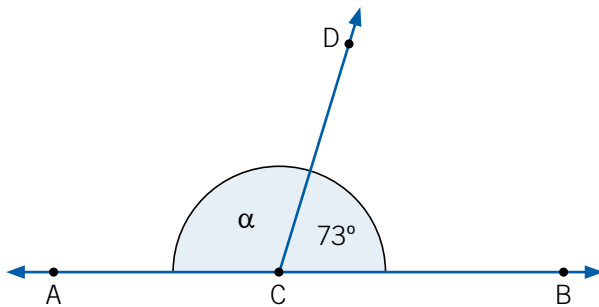
c. El complemento del complemento de 80° . ►

b. El suplemento de 128° . ►

d. El suplemento del complemento de 60° . ►

2. Resuelve los siguientes problemas. **Analizar**

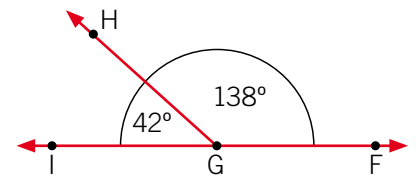
a. La recta AB se intersecta con el rayo CD en el punto C. ¿Cuál es la medida de α ?



¿Sabías que...?

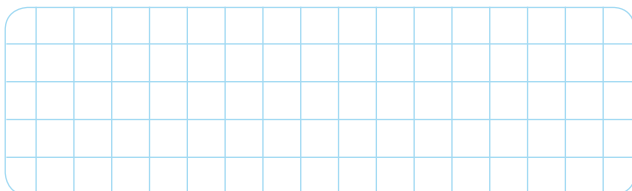
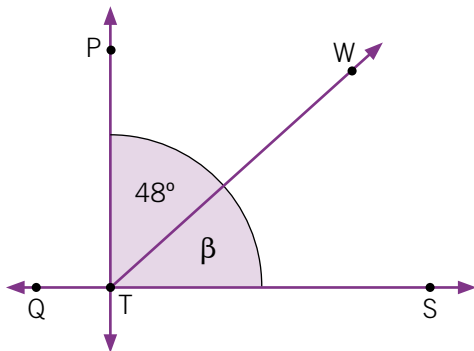
Son ángulos adyacentes suplementarios los que tienen un lado con un vértice en común y los otros lados están en una misma recta.

Ejemplo:

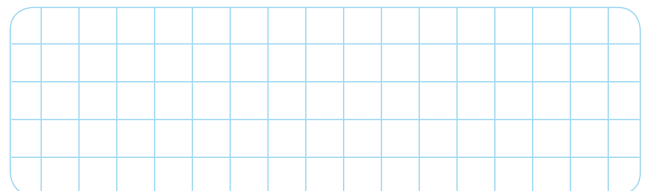
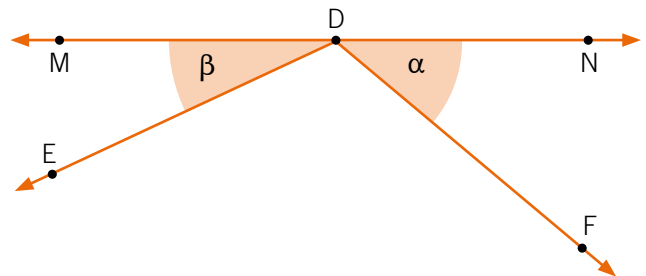


En este caso, $\angle HGI$ y $\angle FGH$ son adyacentes.

b. Si $m(\angle STP) = 90^\circ$, ¿cuál es la medida de β ?



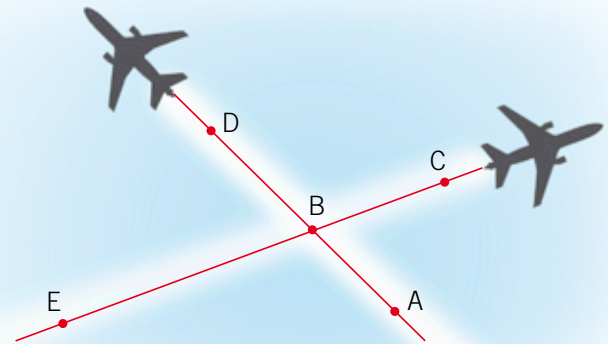
c. En la recta MN, que contiene el punto D, se sabe que $\alpha = 40^\circ$ y $\beta = 25^\circ$. ¿Cuál es la medida del ángulo EDF?



Ángulos opuestos por el vértice

Observa y responde

En una exposición aérea se realizan diferentes acrobacias, como las que se muestran a continuación.



- Utilizando el transportador, completa con la medida de los siguientes ángulos.

$\angle ABC$ ► _____

$\angle CBD$ ► _____

$\angle DBE$ ► _____

$\angle EBA$ ► _____

- Marca con un ☒ la afirmación que es correcta.

☐ El $\angle ABC$ tiene la misma medida que el $\angle CBD$.

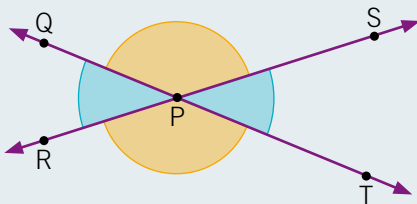
☐ El $\angle CBD$ tiene la misma medida que el $\angle EBA$.

☐ El $\angle DBE$ tiene la misma medida que el $\angle ABD$.

Aprende

Dos ángulos son **opuestos por el vértice** si las prolongaciones de sus lados corresponden a los lados del otro ángulo.

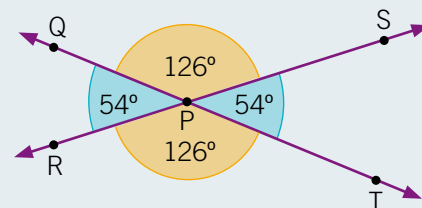
Cuando dos ángulos son opuestos por el vértice tienen **igual medida**.



Los ángulos opuestos por el vértice son:

$\angle TPS$ y $\angle QPR$; $\angle SPQ$ y $\angle RPT$

Ejemplo:



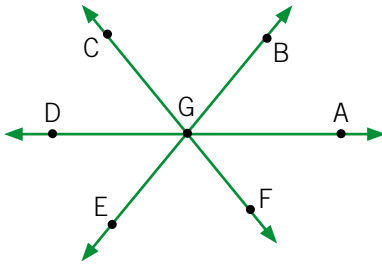
El $\angle QPR$ es opuesto por el vértice con el $\angle TPS$. Por lo tanto, $m(\angle QPR) = 54^\circ$. Además, el $\angle SPQ$ es suplementario al $\angle TPS$, es decir, $m(\angle SPQ) = 126^\circ$. Luego, el $\angle RPT$ es opuesto por el vértice con el $\angle SPQ$, es decir, $m(\angle RPT) = 126^\circ$.



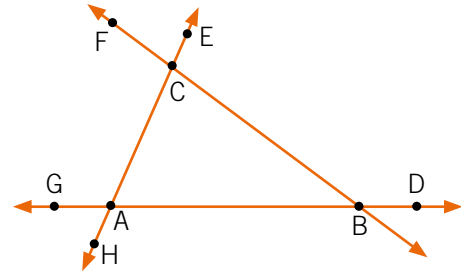
Practica

1. Escribe 3 pares de ángulos opuestos por el vértice en cada figura. Interpretar

a.

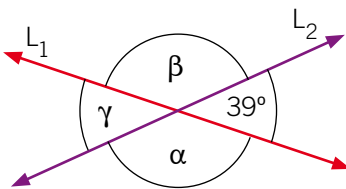


b.



2. Completa con las medidas de los ángulos pedidos. Aplicar

a.

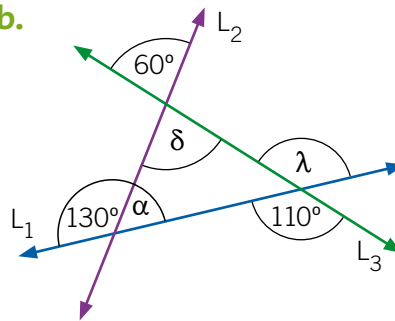


$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\beta = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$$

b.



$$\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\delta = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$

Recuerda que...

Para nombrar una recta, se puede considerar lo siguiente:

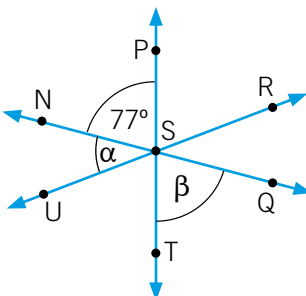


• $\overleftrightarrow{AB}$ se lee "recta AB".

• L_1 se lee "ele uno".

3. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

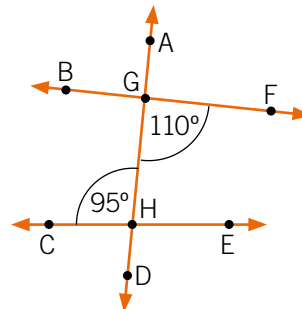
a. Las rectas $\overleftrightarrow{NQ}$, $\overleftrightarrow{UR}$ y $\overleftrightarrow{PT}$ se intersectan en el punto S. Si $m(\angle PSN) = m(\angle RSP)$, ¿cuáles son las medidas de α y β ?



$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\beta = \underline{\hspace{2cm}}$$

b. Las rectas $\overleftrightarrow{FB}$ y $\overleftrightarrow{EC}$ se intersectan con la recta $\overleftrightarrow{AD}$ en los puntos G y H. Calcula:



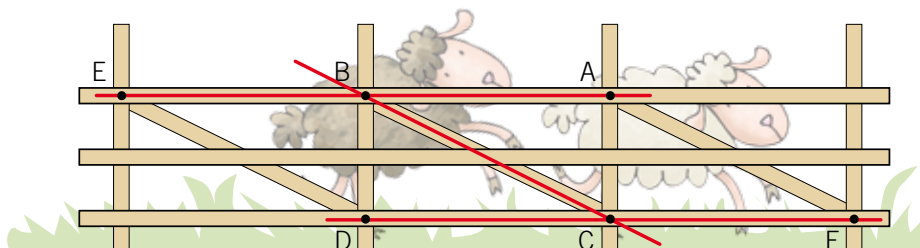
$$m(\angle AGB) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$m(\angle DHE) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ángulos entre rectas paralelas intersectadas por una transversal

Observa y responde

Un campesino diseña una cerca para un corral de animales. Utiliza listones que distribuye en forma horizontal separados por la misma distancia, y en forma diagonal, como se muestra en la imagen:



Educando en valores

Los animales domésticos pueden ser de gran ayuda, por eso debemos cuidarlos y protegerlos.

- Marca con un ☒ si la afirmación es correcta.



Los listones puestos de forma horizontal son paralelos entre ellos.



Los listones puestos de forma horizontal son paralelos a los listones puestos de forma vertical.

- Utilizando un transportador, completa con la medida del ángulo pedido en cada caso.

$m(\angle CBA) =$ _____ $m(\angle BCD) =$ _____ $m(\angle FCB) =$ _____ $m(\angle EBC) =$ _____

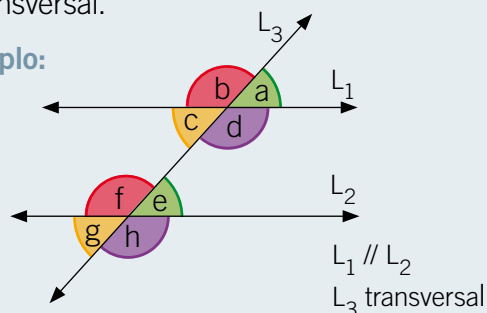
Aprende

Una recta **transversal** es aquella que intersecta a 2 o más rectas. Si una recta transversal **intersecta a un par de rectas paralelas** se tiene lo siguiente:

Ángulos correspondientes

Son aquellos que tienen **igual medida** y ocupan la misma posición con respecto a la transversal.

Ejemplo:



Estos son:

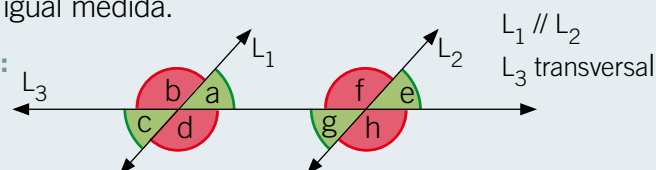
$\angle a$ y $\angle e$ $\angle b$ y $\angle f$ $\angle c$ y $\angle g$ $\angle d$ y $\angle h$

Ángulos alternos: internos y externos

Alternos internos: son aquellos que se encuentran al interior de las rectas paralelas con respecto a la transversal y tienen igual medida.

Alternos externos: son aquellos que se encuentran al exterior de las rectas paralelas con respecto a la transversal y tienen igual medida.

Ejemplo:

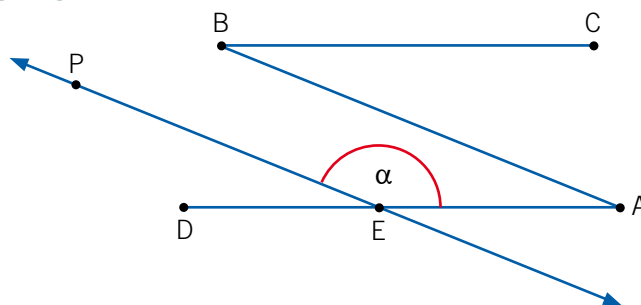


- Los ángulos alternos internos son: $\angle d$ y $\angle f$; $\angle a$ y $\angle g$.
- Los ángulos alternos externos son: $\angle b$ y $\angle h$; $\angle c$ y $\angle e$.

Resolución de problemas

Observa la resolución del siguiente problema

En la figura, $\overleftrightarrow{EP}$ es paralela al segmento AB y el segmento CB es paralelo al segmento AD. Si $m(\angle ABC)$ corresponde al complemento de un ángulo de 38° , ¿cuál es la medida del $\angle \alpha$?



PASO 1

Explica con tus palabras la pregunta del problema.

Se quiere saber cuál es la medida del $\angle \alpha$, que corresponde a la medida del ángulo obtuso que se forma en la intersección entre $\overleftrightarrow{EP}$ y el segmento AD.

PASO 2

Identifica los datos importantes.

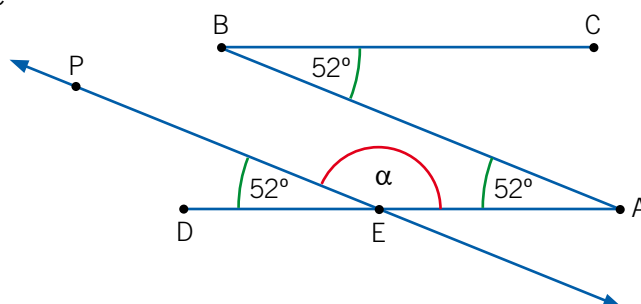
Se tiene que: $\overline{AB} \parallel \overleftrightarrow{EP}$, $\overline{CB} \parallel \overline{AD}$ y la $m(\angle ABC)$ corresponde al complemento de 38° .

PASO 3

Calcula y escribe la solución.

- Como $m(\angle ABC)$ corresponde al complemento de 38° , entonces $m(\angle ABC) = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$.
- Considerando que $\overline{CB} \parallel \overline{AD}$, entonces:
 $m(\angle BAD) = m(\angle ABC) = 52^\circ$.
- Utilizando ángulos correspondientes entre paralelas se cumple que $m(\angle PED) = 52^\circ$.
- Por último, el ángulo α corresponde al suplemento del $\angle PED$, es decir:

$$\alpha = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$$



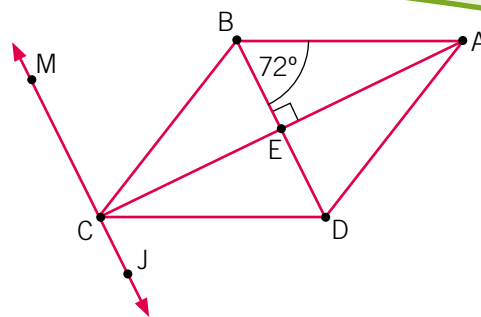
PASO 4

Revisa la solución.

En el dibujo se aprecia que: $m(\angle ABC) = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$, $m(\angle BAD) = 52^\circ$ y $m(\angle PED) = 52^\circ$.

Además, se cumple que: $\alpha + m(\angle PED) = 180^\circ$, $\alpha = 128^\circ$ y $m(\angle PED) = 52^\circ$.

El cuadrilátero ABCD es un paralelogramo, es decir, todos sus lados opuestos son paralelos. Si $\overleftrightarrow{JM} \parallel \overline{DB}$, ¿cuál es la medida del ángulo DCE?



Explica con tus palabras la pregunta del problema.

Identifica los datos importantes.

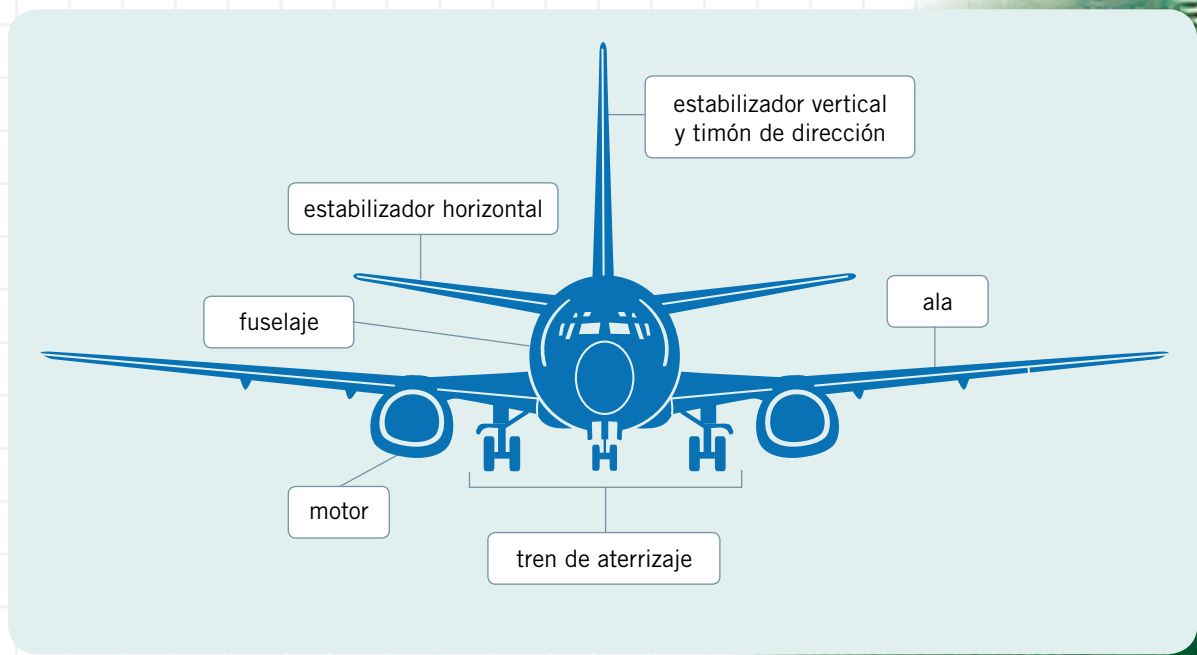
Calcula y escribe la solución.

Revisa la solución.

Competencias para la vida

El estudio de la **geometría** me permite comprender distintas estructuras

Un avión es una aeronave provista de alas y un cuerpo de carga capaz de volar, propulsada siempre por uno o más motores. Las principales partes de un avión son: alas, fuselaje, sistemas de control (estabilizadores horizontales y verticales), grupo motopropulsor, tren de aterrizaje e instrumentos de control.



Competencia matemática

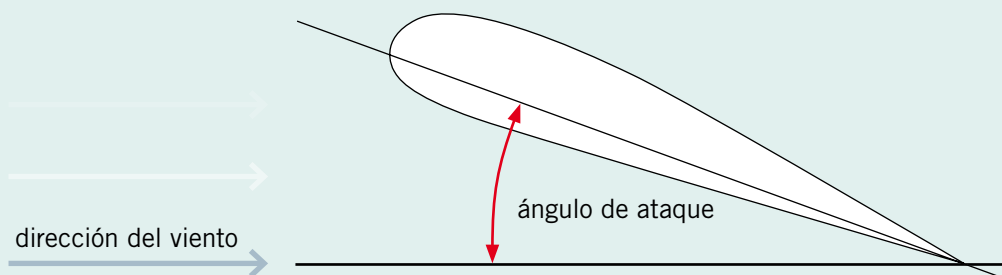
Responde, según la información entregada.

- Mide el ángulo de “ataque” que se presenta en la imagen y luego constrúyelo, utilizando regla y transportador.
- Con respecto a la imagen de la cola del avión, explica cuál de ellas se puede relacionar con rectas paralelas.



Ángulo “de ataque”

Cuando el avión está en el aire, se conoce como ángulo de ataque el que forman el perfil del ala y la dirección del viento.



En la cola del avión se ubican los estabilizadores verticales y horizontales. Hay diferentes tipos de colas de avión, por ejemplo:



estándar



en forma de T



en forma de cruz



en forma de V

Competencia en el conocimiento e interacción en el mundo físico

Reflexiona y comenta.

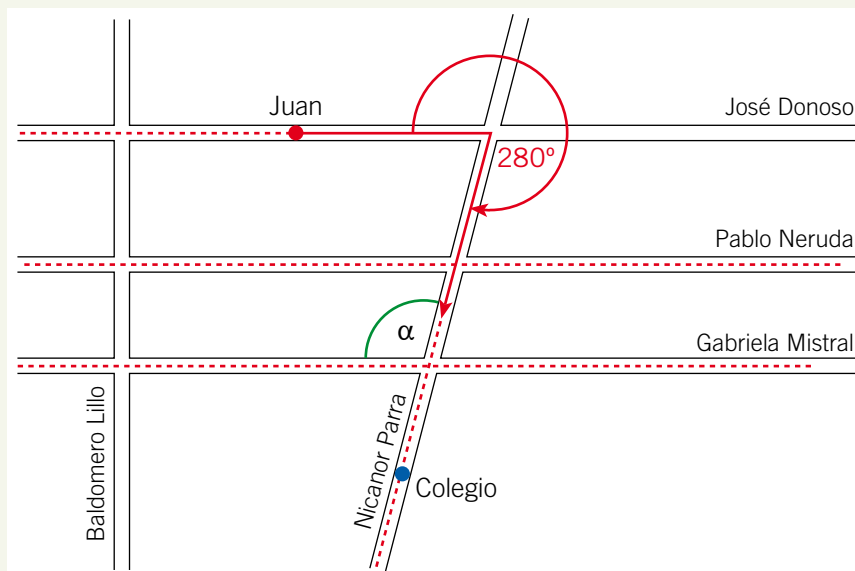
- ¿Qué propulsa al avión para que pueda volar?
- ¿Cuáles son las principales partes del avión que le permiten volar?
- Determina en cuáles tipos de colas los estabilizadores podrían ser perpendiculares entre sí.



Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

1. El plano que se muestra representa el trayecto que sigue Juan al momento de dirigirse al colegio. Juan sabe que las calles José Donoso, Gabriela Mistral y Pablo Neruda son paralelas entre sí; y son intersectadas por la calle Nicanor Parra. ¿Cuál es la medida del ángulo α ?

- A.** 80°
- B.** 100°
- C.** 190°
- D.** 280°



Análisis de las alternativas

- A.** Se calcula la diferencia entre la medida de un ángulo completo (360°) y la medida del ángulo que se muestra (280°), obteniéndose 80° .
- B.** Se calcula la diferencia entre la medida de un ángulo completo (360°) y los 280° representados en el plano, obteniendo 80° . Luego, se calcula su suplemento $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$, que corresponde al valor de la medida del ángulo α .
- C.** Para calcular la medida del ángulo α , se calcula la diferencia entre 280° y 90° , ya que se relaciona en forma errónea con la medida del ángulo que falta a 280° para formar un ángulo de 360° .
- D.** Existe una confusión respecto del ángulo del cual se desea calcular su medida y se piensa que corresponde al ángulo de giro que realiza Juan.

► Por lo tanto, la alternativa **B** es la correcta.

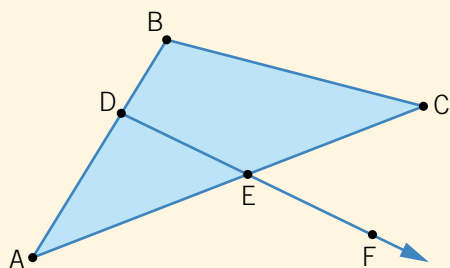
1. ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D



¿Qué aprendiste?

Evaluación final

1. Identifica 9 ángulos distintos en la figura. Luego escríbelos.

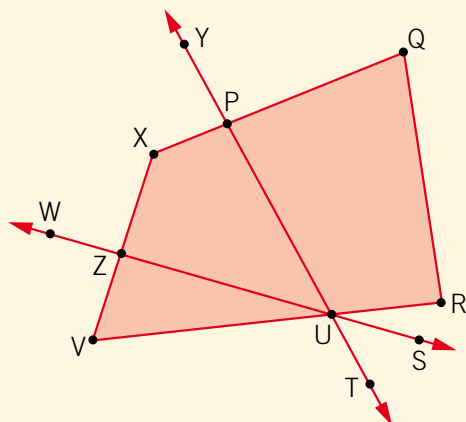


▶	▶	▶
▶	▶	▶
▶	▶	▶

puntos

3

2. Utiliza el transportador y mide los ángulos pedidos. Luego, clasifícalos.

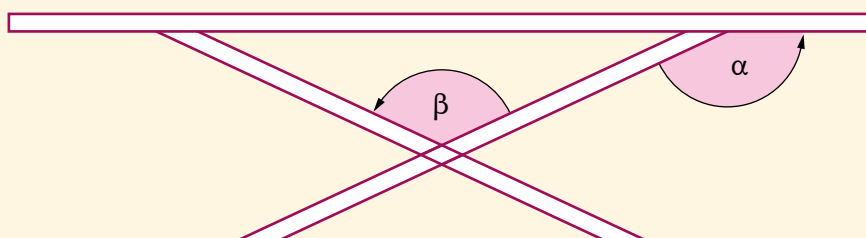


Ángulo	Medida	Clasificación
$\angle UPQ$		
$\angle VXQ$		
$\angle RUP$		
$\angle XZV$		
$\angle PUZ$		
$\angle QPX$		

puntos

6

3. Observa el siguiente dibujo y luego estima la medida de los ángulos α y β . Justifica tu respuesta.



puntos

2

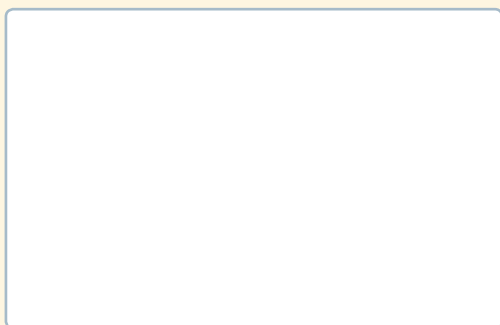
Justificación: _____

4. Utiliza el transportador y la regla para construir los ángulos pedidos.

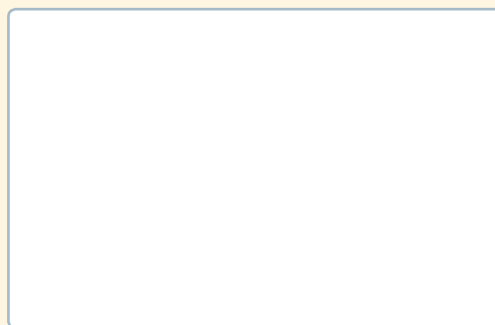
puntos

4

- a. Dos ángulos, uno que mida 34° y el otro que sea el complementario de dicho ángulo.



- b. Dos ángulos, uno que mida 125° y otro que sea el suplementario de este.



5. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

puntos

4

- a. ☐ El complemento de un ángulo es menor que 90° .

Justificación: _____

- b. ☐ El suplemento de un ángulo agudo es menor que 90° .

Justificación: _____

- c. ☐ La suma de las medidas de dos ángulos agudos siempre corresponde a la medida de un ángulo obtuso.

Justificación: _____

- d. ☐ El suplemento de un ángulo obtuso corresponde a la medida de un ángulo agudo.

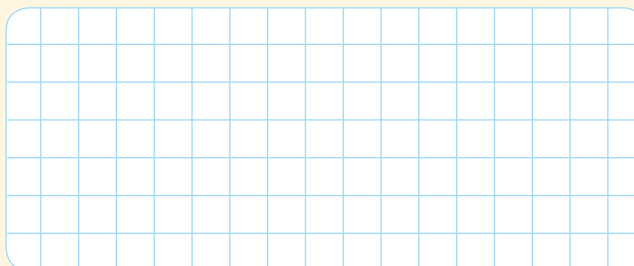
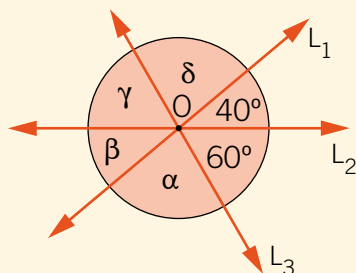
Justificación: _____

6. Calcula la medida de los ángulos en cada caso.

puntos

4

En la siguiente figura, las rectas L_1 , L_2 y L_3 se intersectan en un punto **O**. Calcula las medidas de los ángulos α , β , γ y δ .





Marca con una **X** la alternativa correcta.

puntos

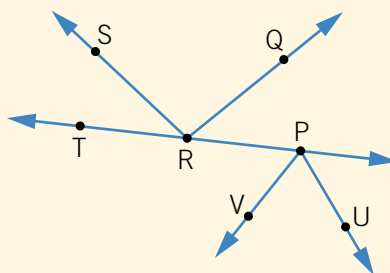
4

7. Respecto de la medida de un ángulo, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es siempre verdadera?

- ☐ A. Depende solo del largo de las rectas, segmentos o rayos que lo forman.
- ☐ B. Depende de la abertura de los rayos que lo forman.
- ☐ C. Depende tanto de la abertura como del largo de las rectas, segmentos o rayos que lo forman.
- ☐ D. No depende ni del largo de las rectas, segmentos o rayos que lo forman ni de la abertura de estos.

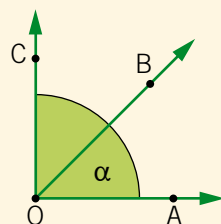
8. En el siguiente dibujo, ¿qué puntos representan los vértices de un ángulo?

- ☐ A. Los puntos R y Q.
- ☐ B. Los puntos P y S.
- ☐ C. Los puntos Q y P.
- ☐ D. Los puntos P y R.

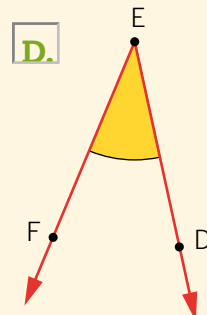
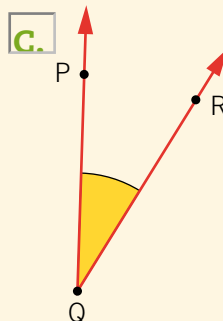
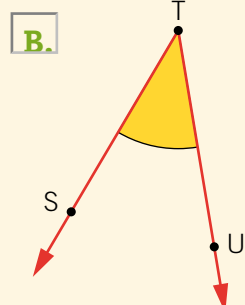
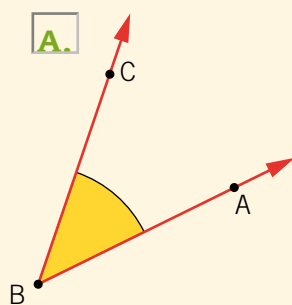
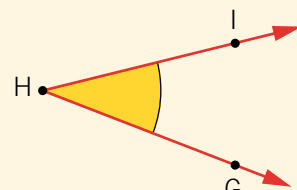


9. ¿Cuál es la medida estimada del ángulo α ?

- ☐ A. 5°
- ☐ B. 45°
- ☐ C. 90°
- ☐ D. 120°



10. Utilizando tu transportador responde: ¿qué ángulo tiene la misma medida que el $\angle GHI$?



11. ¿Cuál de las descripciones corresponde a la de un ángulo agudo?

- ☐ A. Medida mayor que 90° .
- ☐ B. Medida igual que 180° .
- ☐ C. Medida mayor que 0° y menor que 90° .
- ☐ D. Medida mayor que 90° y menor que 180° .

puntos

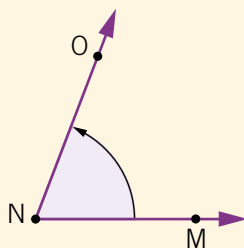
4

12. ¿Cuál de las siguientes situaciones se relaciona con un ángulo recto?

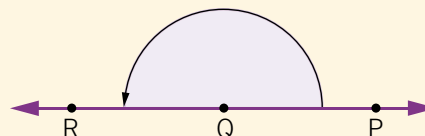
- ☐ A. El ángulo que forma con la pared una puerta semiabierta.
- ☐ B. El ángulo que se forma en cada esquina en un marco de forma cuadrada.
- ☐ C. El ángulo que forma con respecto al piso una escalera apoyada en una pared.
- ☐ D. El ángulo que se genera con respecto a la horizontal al mirar la cúspide de un edificio.

13. ¿Cuál de los siguientes ángulos es obtuso?

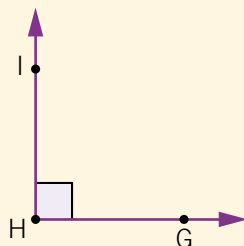
☐ A.



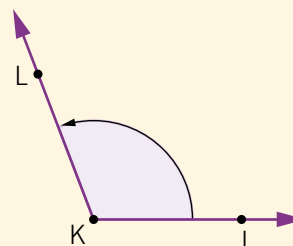
☐ C.



☐ B.

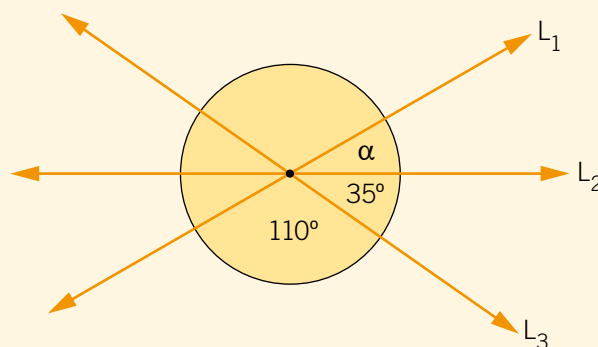


☐ D.



14. Si las rectas L_1 , L_2 y L_3 se intersectan en un mismo punto, ¿cuál es la medida de α ?

- ☐ A. 35°
- ☐ B. 45°
- ☐ C. 65°
- ☐ D. 80°





15. Con respecto a los ángulos suplementarios, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **verdadera**?

puntos

5

- ☐ A. Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es igual a 90° .
- ☐ B. Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es igual a 180° .
- ☐ C. Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es menor que 90° .
- ☐ D. Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es mayor que 90° y menor que 180° .

16. ¿Cuál es el suplemento del complemento de 37° ?

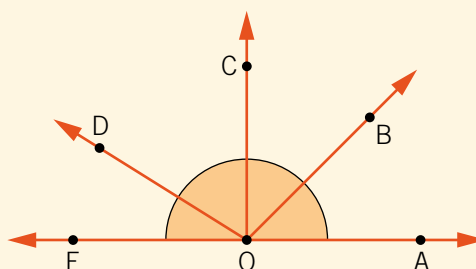
- ☐ A. 53°
- ☐ B. 127°
- ☐ C. 143°
- ☐ D. 153°

17. El complemento del suplemento de un ángulo α es 45° . ¿Cuál es la medida del ángulo α ?

- ☐ A. 45°
- ☐ B. 90°
- ☐ C. 135°
- ☐ D. 145°

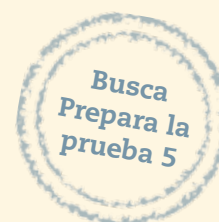
18. Si en la figura AE es una línea recta y OC es perpendicular a AE, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **verdadera**?

- ☐ A. $\angle AOB$ es suplementario de $\angle BOC$
- ☐ B. $\angle BOC$ es suplementario de $\angle COE$
- ☐ C. $\angle AOD$ es suplementario de $\angle DOE$
- ☐ D. $\angle AOB$ es complementario de $\angle BOD$



19. Si $\alpha + \beta < 90^\circ$, ¿cuál es el suplemento de $\alpha + \beta$?

- ☐ A. $90^\circ - (\alpha + \beta)$
- ☐ B. $(\alpha + \beta) - 90^\circ$
- ☐ C. $180^\circ - (\alpha + \beta)$
- ☐ D. $(\alpha + \beta) - 180^\circ$



Polígonos y teselaciones

El viaducto del Malleco en la región de la Araucanía, es un puente ferroviario que tiene 102 metros de altura y fue considerado el más alto cuando se construyó, a fines del siglo XIX.

Su estructura está formada por triángulos, único polígono que no se deforma al aplicarse una fuerza sobre él.



En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer polígonos regulares e irregulares.
- Clasificar triángulos según las medidas de sus lados y sus ángulos.
- Reconocer la medida de ángulos en triángulos y cuadriláteros.
- Construir triángulos según las medidas de sus lados o ángulos utilizando instrumentos geométricos.
- Aplicar transformaciones isométricas a distintas figuras planas.
- Reconocer y construir teselaciones.
- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.

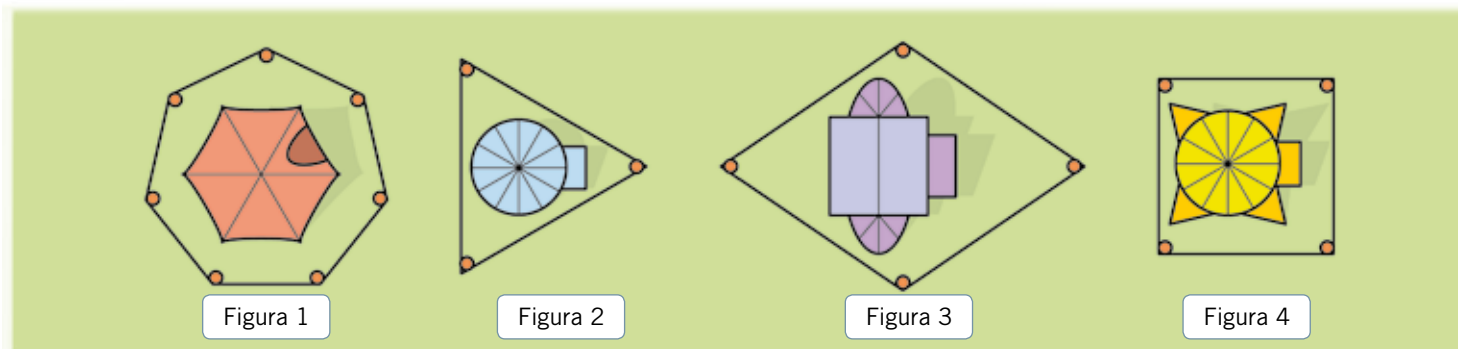
Presentación multimedia

Planificaciones

Polígonos regulares e irregulares

Observa y responde

Un grupo *scout* sale a acampar y dispone sus carpas en un terreno delimitando los rincones con estacas y lienzas. Mirado desde arriba se observa lo siguiente:



- Remarca la afirmación correcta.

En la figura 2 todos los lados tienen igual medida.

En la figura 4 no todos los lados tienen igual medida.

- Marca con un ✓ la afirmación correcta. En caso contrario, marca con una ✕.

☐

La figura 1 tiene 6 ángulos interiores.

☐

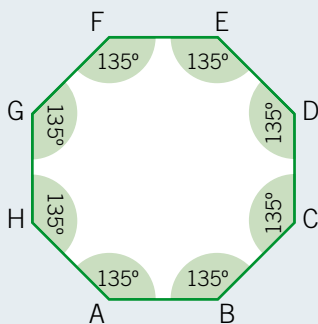
La figura 3 tiene 4 ángulos interiores.

Aprende

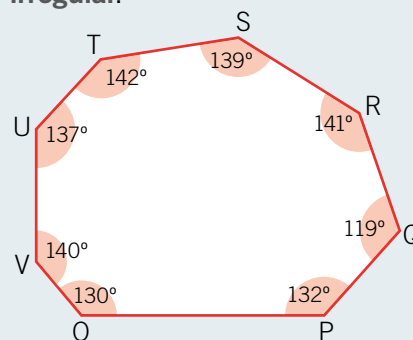
Un **polígono** es una figura geométrica cerrada que tiene 3 o más lados; además, en sus vértices únicamente se unen dos lados consecutivos. Generalmente, se identifica cada vértice con una letra mayúscula.

Un **polígono es regular** si todos sus ángulos interiores y sus lados tienen igual medida (son congruentes entre sí). Si no tiene estas características, el polígono es **irregular**.

Ejemplos: a continuación se muestra un octágono **regular** y uno **irregular**.



- ABCDEFGH, octágono regular.



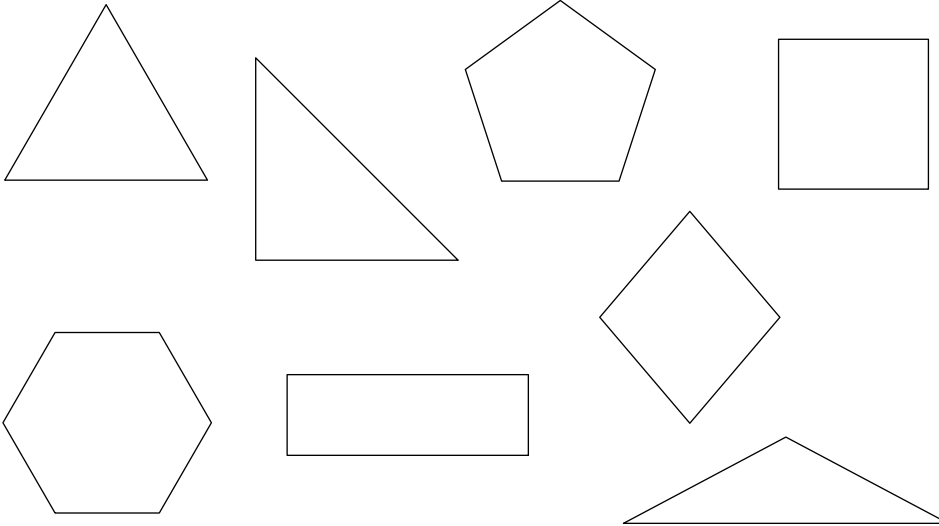
- OPQRSTUVWXYZ, octágono irregular.



Practica

1. Pinta con color rojo los polígonos regulares y con azul los polígonos irregulares.

Clasificar



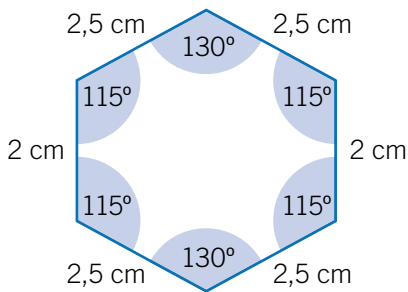
Recuerda que...

Los cuadriláteros pueden ser:

- **Paralelogramo:** sus lados opuestos son paralelos.
- **Trapezio:** tiene dos lados opuestos paralelos.
- **Trapezoide:** no tiene lados paralelos.

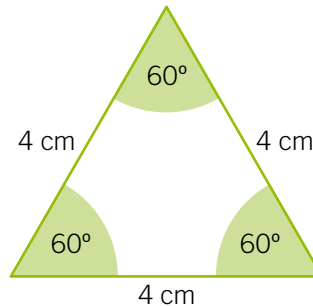
2. Escribe regular o irregular, según las características de cada polígono. Analizar

a.



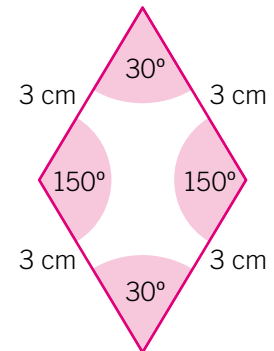
► _____

b.



► _____

c.



► _____

3. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Evaluar

- a. ☐ Los trapezios son polígonos regulares.

Justificación: _____

- b. ☐ Los trapezoides son polígonos irregulares.

Justificación: _____

- c. ☐ Todos los paralelogramos son polígonos regulares.

Justificación: _____

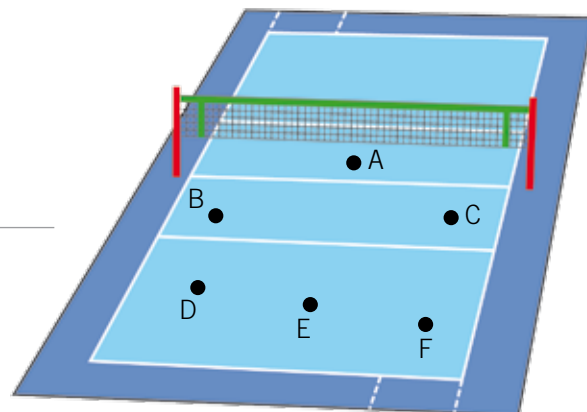
Triángulos

Observa y responde

Un entrenador de vóleybol ha dispuesto a sus jugadores en la cancha de la siguiente forma:

- Al unir los puntos A, B y C, ¿qué figura se forma? ► _____
- Marca con un ✓ las afirmaciones que son verdaderas y con una ✗ las que son falsas.

- ☐ Con los puntos D, E y F se puede formar un triángulo.
- ☐ La suma de las medidas de las longitudes $\overline{DE}$ y $\overline{BD}$ es mayor que la longitud entre B y E.
- ☐ Se puede dibujar un triángulo que tenga dos lados con la misma medida.

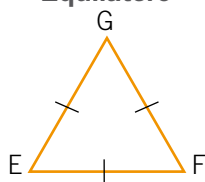


Aprende

Un **triángulo** es un polígono de 3 lados que tiene 3 vértices y 3 ángulos interiores.

Según las **medidas de sus lados**, los triángulos se clasifican en:

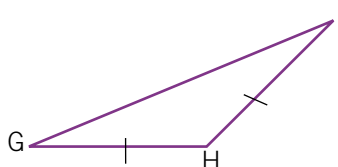
Equilátero



Todos sus lados tienen iguales medidas.

$$m(\overline{EF}) = m(\overline{FG}) = m(\overline{GE})$$

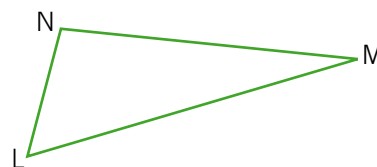
Isósceles



Tiene 2 lados de iguales medidas.

$$m(\overline{HI}) = m(\overline{GH})$$

Escaleno



Todos sus lados tienen distintas medidas.

$$m(\overline{LM}) \neq m(\overline{MN}) \neq m(\overline{NL})$$

En todo triángulo se cumple la **desigualdad triangular**, es decir, para que exista un triángulo debe ocurrir que cada lado sea menor que la suma de los otros dos.

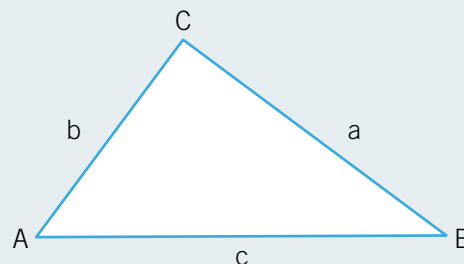
En el triángulo ABC, cada lado mide lo siguiente:

$$m(\overline{AB}) = c, m(\overline{BC}) = a, m(\overline{CA}) = b$$

$$a + b > c$$

$$b + c > a$$

$$a + c > b$$

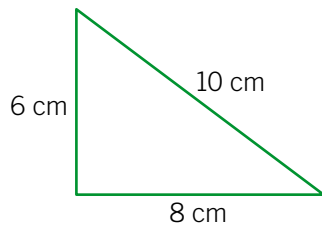




Practica

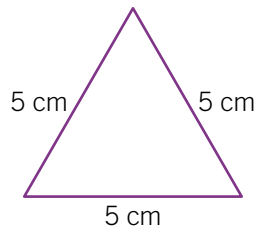
1. Clasifica los siguientes triángulos según las medidas de sus lados. [Clasificar](#)

a.



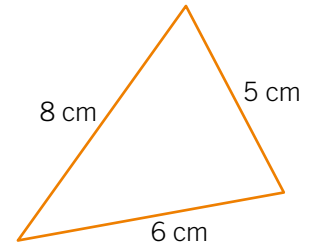
► _____

c.



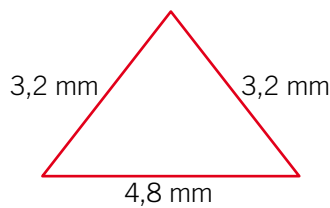
► _____

e.



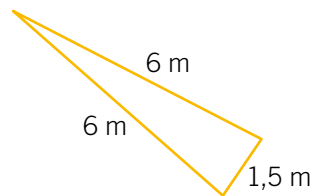
► _____

b.



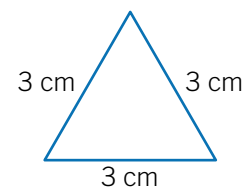
► _____

d.



► _____

f.



► _____

2. Explica si las medidas presentadas corresponden a los lados de un triángulo. [Analizar](#)

a. 4 cm, 6 cm y 10 cm

b. 30 mm, 30 mm y 50 mm

c. 2 dm, 2 dm y 6 dm

3. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. [Evaluar](#)

a. ☐ Los lados de un triángulo escaleno no cumplen la desigualdad triangular.

Justificación: _____

b. ☐ Los lados de igual medida en un triángulo isósceles miden menos que la longitud del tercer lado.

Justificación: _____

c. ☐ En un triángulo equilátero, la suma de las medidas de dos de sus lados es el doble que la medida del tercero.

Justificación: _____

d. ☐ Existe un triángulo escaleno cuyos lados miden 5 cm, 4 cm y 9 cm, respectivamente.

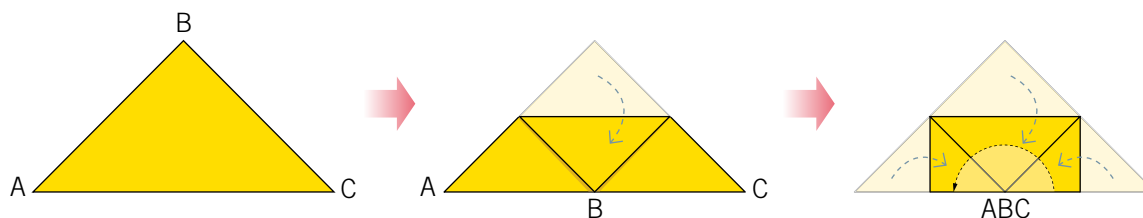
Justificación: _____

Ángulos en un triángulo

Observa y responde

Anita le comenta a Cristián que sabe cómo deducir cuál es la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

- ¿Cuánto mide un ángulo extendido o llano? ► _____
- Utilizando un papel, recórtalo de manera que formes un triángulo. Luego, dobla cada uno de los vértices de forma que coincida con el lado opuesto a ese vértice.

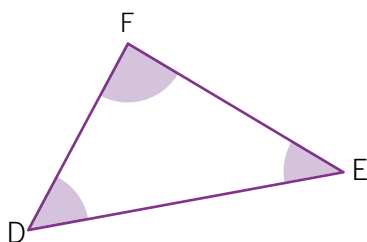


- ¿Con qué clasificación de ángulo relacionas el $\angle CBA$? ► _____
- ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo? Explica tu razonamiento.

Aprende

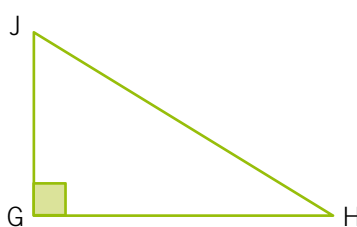
Los **triángulos** se pueden clasificar según la medida de sus **ángulos interiores**, que suman 180° .

Acutángulo



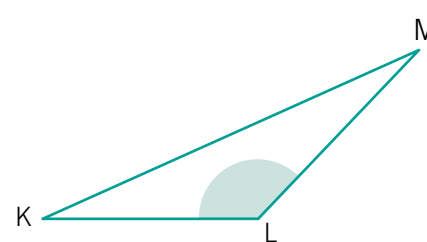
Tiene **todos** sus ángulos interiores **agudos**, es decir, menores que 90° .

Rectángulo



Tiene **un ángulo** interior **recto**, es decir, mide 90° .

Obtusángulo



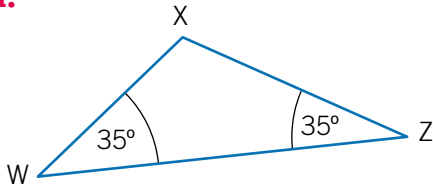
Tiene **un ángulo** interior **obtus**, es decir, mayor que 90° y menor que 180° .



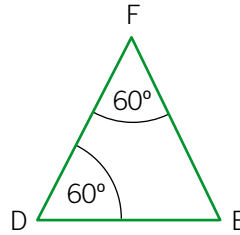
Practica

1. Clasifica cada uno de los triángulos según la medida de sus ángulos interiores. **Clasificar**

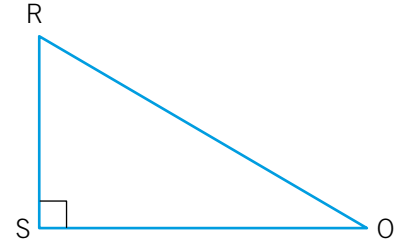
a.



b.



c.



2. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. **Evaluar**

a.

☐

Un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto y uno de los otros ángulos puede ser obtuso.

Justificación: _____

b.

☐

Todo triángulo equilátero siempre es acutángulo.

Justificación: _____

c.

☐

Si un triángulo isósceles tiene un ángulo obtuso, los otros dos son ángulos agudos.

Justificación: _____

d.

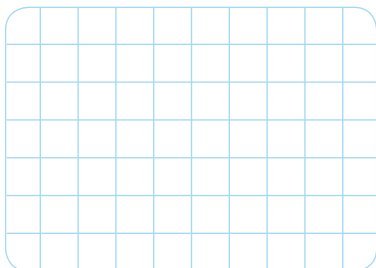
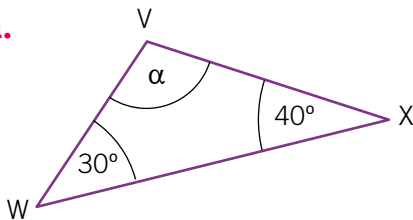
☐

Un triángulo obtusángulo tiene tres ángulos obtusos.

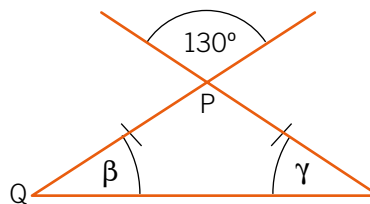
Justificación: _____

3. Calcula la medida de cada ángulo interior en los siguientes triángulos. **Calcular**

a.

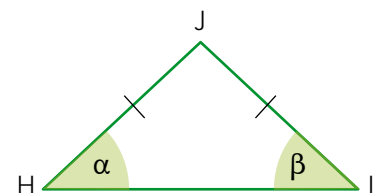


b.



¿Sabías que...?

Los ángulos en la base de un triángulo isósceles tienen igual medida.



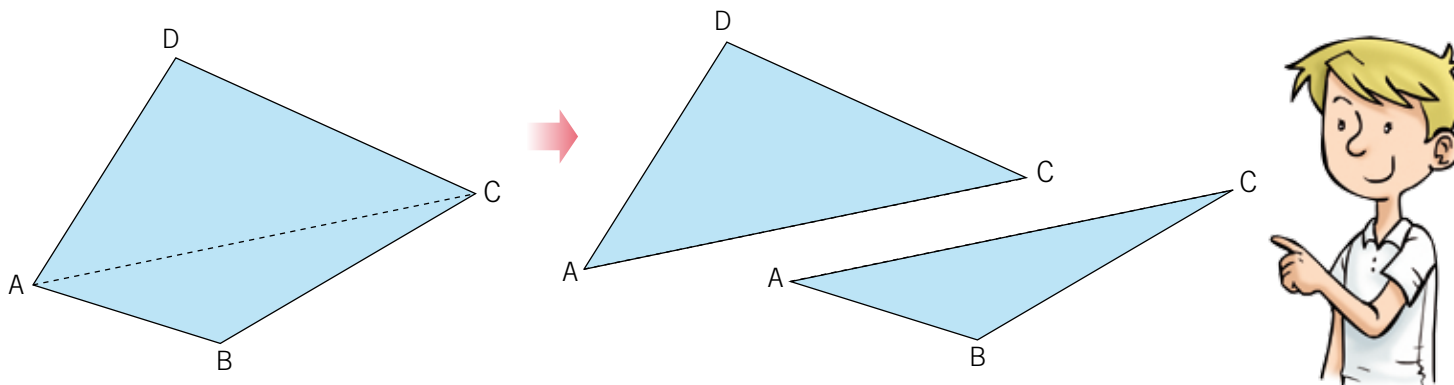
$$\alpha = \beta$$

Ángulos en un cuadrilátero

Observa y responde

Para comprobar que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero siempre es igual a 360° , Julio realiza lo siguiente.

- Recorta un trozo de papel con forma de cuadrilátero. Al trazar la diagonal $\overline{AC}$, se forman dos triángulos, como se muestra.



- Con respecto a los triángulos recortados, marca con un ☒ la afirmación que sea correcta.



La suma de los ángulos interiores de un triángulo es siempre 180° .

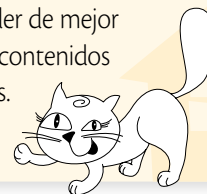


La suma de los ángulos interiores de un triángulo es siempre 120° .

- ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un cuadrilátero? Explica tu razonamiento.

Educando en valores

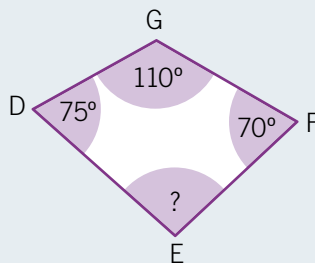
Cuando realizas un trabajo con orden y claridad puedes comprender de mejor forma los contenidos estudiados.



Aprende

Los **cuadriláteros** son polígonos, compuestos por cuatro lados correspondientes a segmentos de rectas. La medida de los **ángulos interiores** de cualquier cuadrilátero siempre suman 360° .

Ejemplo: en el cuadrilátero, ¿cuál es la medida del $\angle FED$?



La suma de los ángulos interiores debe ser igual a 360° . Luego:

$$75^\circ + 110^\circ + 70^\circ + m(\angle FED) = 360^\circ$$

$$m(\angle FED) = 360^\circ - 255^\circ$$

$$m(\angle FED) = 105^\circ$$

Construcción de triángulos

Construcción de triángulos según las medidas de sus lados

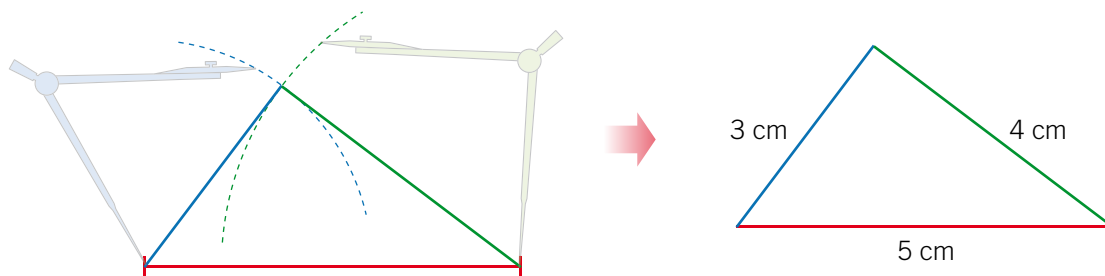
Observa y responde

Los triángulos se pueden construir con regla y compás si se conocen las medidas de sus lados.

- Los siguientes segmentos miden 3, 4 y 5 centímetros.



- Se traza el segmento de mayor longitud con una regla. Luego, sobre cada extremo del segmento se traza un arco con el compás y se marca cada una de las otras medidas.

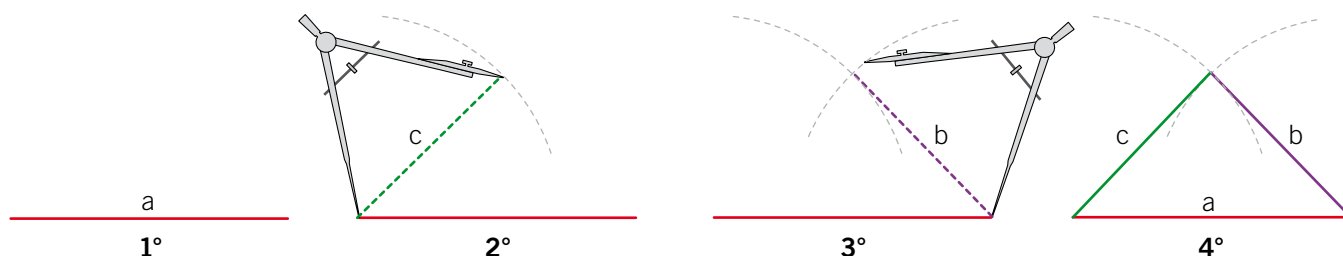


- Con respecto a sus lados, escribe la clasificación del triángulo construido. ► _____

Aprende

Conociendo la longitud de **todos los lados de un triángulo** es posible **construir un triángulo**; para ello se pueden utilizar instrumentos geométricos. Por ejemplo, dadas las longitudes **a**, **b** y **c**, para construir un triángulo se siguen estos pasos:

- 1° Se traza un segmento de longitud **a**.
- 2° Con la regla se considera la medida **c** y se traza un arco, haciendo centro en un extremo del segmento **a**.
- 3° Sobre una regla, se toma con el compás la medida **b** y se traza un arco con esa abertura desde el otro extremo del segmento **a**.
- 4° Se trazan segmentos desde el punto de intersección de los arcos hasta los extremos del segmento inicial.

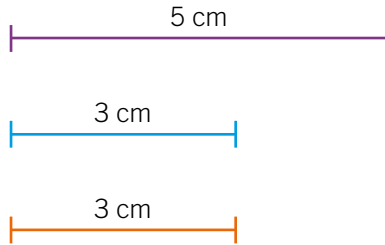




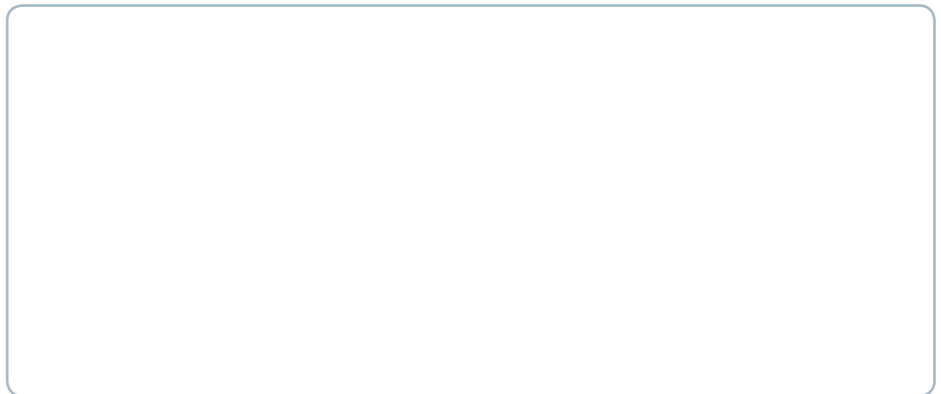
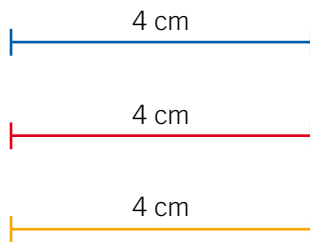
Practica

1. A partir de los siguientes segmentos, construye los respectivos triángulos. Luego, responde. [Aplicar](#)

a.

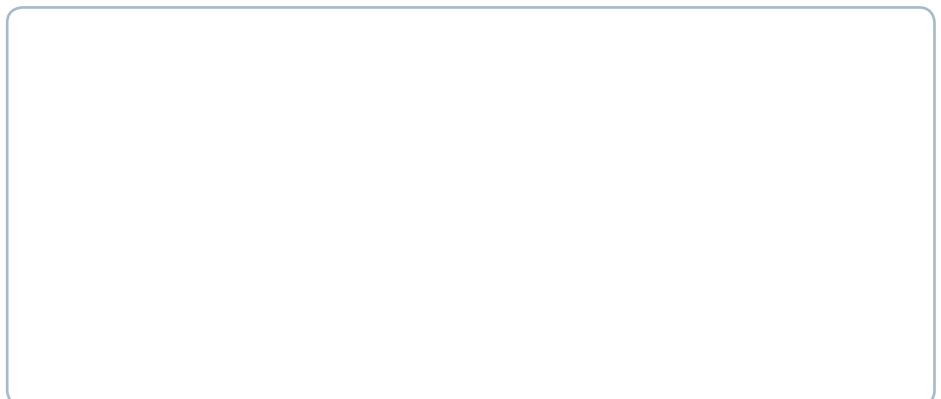
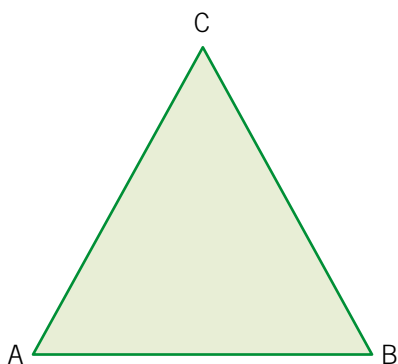


b.



c. Utilizando un transportador, mide los ángulos interiores de cada triángulo. Luego, compáralos y escribe dos diferencias.

2. Utilizando instrumentos geométricos, copia el siguiente triángulo construyendo sus lados y ángulos según corresponda. [Analizar](#)

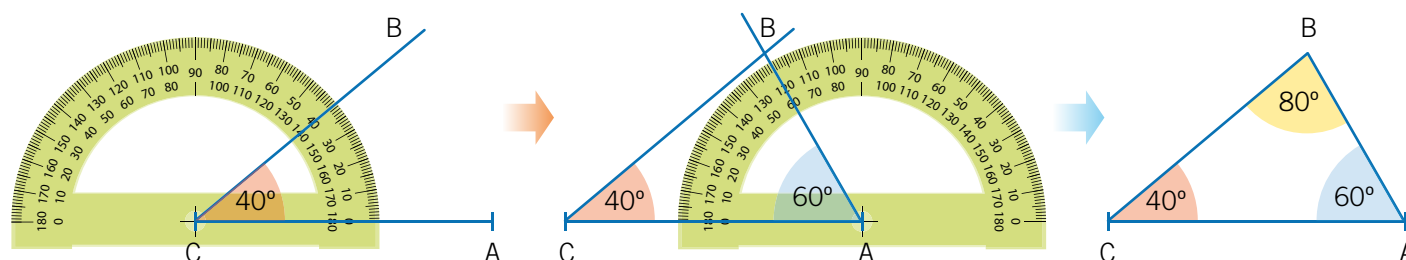


Construcción de triángulos según las medidas de sus ángulos

Observa y responde

Para construir un triángulo cuyos ángulos interiores midan 60° , 40° y 80° , es posible realizar lo siguiente:

- Teniendo el segmento CA de 5 cm, construye el ángulo ACB de 40° . Luego, en el vértice A construye el ángulo de 60° , y el otro ángulo necesariamente medirá 80° .

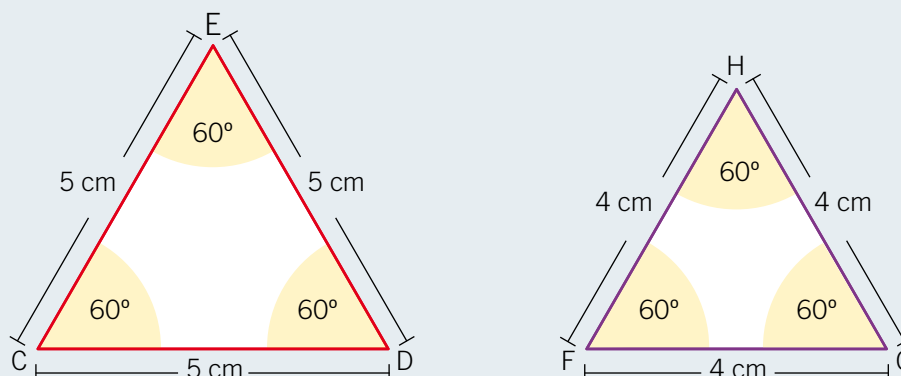


- Es posible afirmar que se puede construir otro triángulo con las mismas medidas angulares, pero con los lados de diferentes medidas. Explica.

Aprende

Si se conocen las **medidas de sus ángulos** se pueden **construir** todos los triángulos que se quiera con igual forma, pero de distinto tamaño. Si dos triángulos tienen sus ángulos interiores con iguales medidas, esto asegura solo que tienen igual forma, pero **no** asegura que tengan iguales tamaños.

Ejemplo: el triángulo CDE tiene las mismas medidas angulares que el triángulo FGH, pero las medidas de sus lados son distintas.





Practica

1. Construye dos triángulos distintos con las siguientes medidas angulares. [Aplicar](#)

a. Triángulo ABC, con $m(\angle CBA) = 40^\circ$, $m(\angle ACB) = 70^\circ$, $m(\angle BAC) = 70^\circ$.

b. Triángulo FGH, con $m(\angle HGF) = 40^\circ$, $m(\angle FHG) = 110^\circ$, $m(\angle GFH) = 30^\circ$.

2. Construye un triángulo con las siguientes características. [Analizar](#)

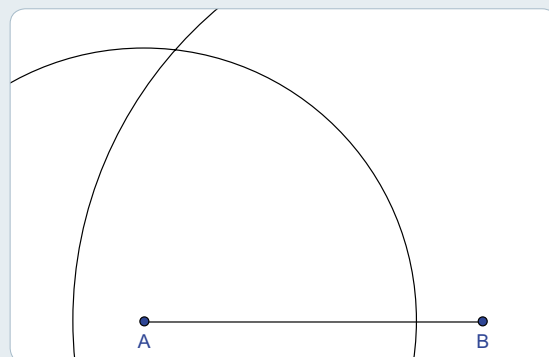
a. Triángulo PQR, donde $m(\angle QPR) = 50^\circ$, $m(\angle RQP) = 60^\circ$, y que el lado en común a estos ángulos mida 5 cm.

b. Triángulo KLM, donde $m(\angle LKM) = 90^\circ$, $m(\overline{KL}) = 3 \text{ cm}$, $m(\overline{MK}) = 4 \text{ cm}$.

3. Utiliza el *software* geométrico GeoGebra para realizar la siguiente actividad, considerando la medida de los lados de un triángulo. Luego, responde. [Analizar](#)

Para construir un triángulo cuyas medidas sean 4 cm, 5 cm y 6 cm, considera lo siguiente.

- 1° Presiona el triángulo sobre el botón , y elige la opción  para construir un segmento con la medida que quieras. Para ello, debes presionar en una parte de la pantalla y luego seleccionar 5 cm.
- 2° Presiona el triángulo que aparece en la opción  que aparece al presionar el botón  y construye con centro en A una circunferencia de radio 4 cm y con centro en B una circunferencia de radio 6 cm.

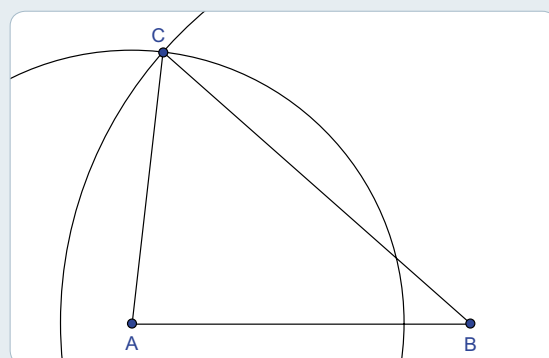


- 3° Utilizando la opción , presiona sobre el punto A y la intersección de los arcos. Realiza lo mismo sobre el punto B, y tendrás construido el triángulo ABC, cuyos lados miden:

$$m(\overline{AB}) = 5 \text{ cm}$$

$$m(\overline{BC}) = 6 \text{ cm}$$

$$m(\overline{CA}) = 4 \text{ cm}$$



- a. Construye dos triángulos cuyas medidas de sus lados sean:

Triángulo 1 ▶ 6 cm, 8 cm, 10 cm

Triángulo 2 ▶ 5 cm, 12 cm, 13 cm

- Compara ambos triángulos según sus lados y sus ángulos. Luego, escribe sus similitudes y diferencias.

Similitudes: _____

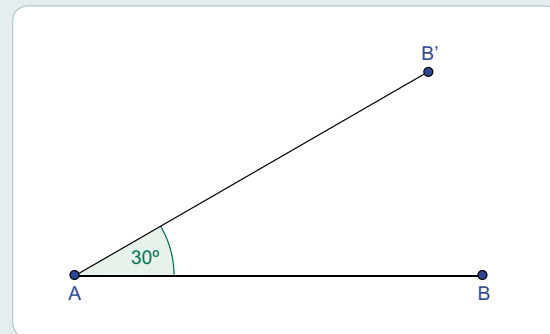
Diferencias: _____



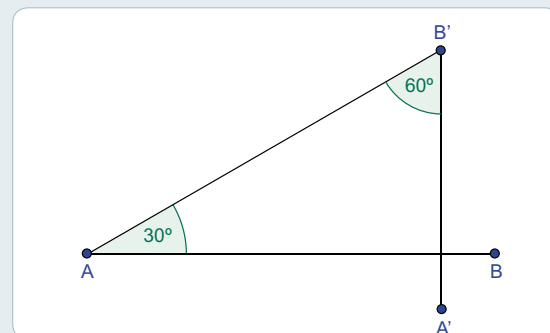
4. Utiliza el *software* geométrico GeoGebra para construir un triángulo, considerando la medida de uno de sus lados y las medidas de dos de sus ángulos. Luego, responde. [Analizar](#)

Uno de sus lados mide 6 cm y las medidas de dos ángulos interiores son 30° y 60° . Sigue estos pasos:

- 1° Presiona el triángulo sobre el botón  y elige la opción  para construir un segmento de la medida que quieras. Para ello, debes presionar en una parte de la pantalla y luego escribes 6 cm.
- 2° Haz clic sobre el triángulo que aparece en el botón  y selecciona la opción  que te permitirá construir un ángulo dada su amplitud; para ello, haz clic sobre el punto B y luego sobre el punto A, lo que te permite formar dicho ángulo. Enseguida, con la opción  haz clic sobre los puntos A y B'.



- 3° Repite el paso anterior; pero ahora, debes hacer clic sobre A y B' para construir el ángulo dada su amplitud. Finalmente, con la opción  haz clic sobre los puntos B' y A'.



- a. Construye un triángulo con un lado que mida 4 cm y dos ángulos interiores que midan 45° cada uno. Luego, compáralo con el triángulo construido anteriormente.

Ponte a prueba

Construye 2 triángulos utilizando el *software* GeoGebra, regla y compás. Luego, compáralos.

Triángulo 1: medidas angulares: 40° , 50° y lado 7 cm.

Triángulo 2: medidas de sus lados: 9 cm, 12 cm, 15 cm.

Nota: la aplicación GeoGebra (www.geogebra.org), creada por Markus Hohenwarter, fue incluida en este texto con fines de enseñanza y a título meramente ejemplar.

¿Cómo vas?

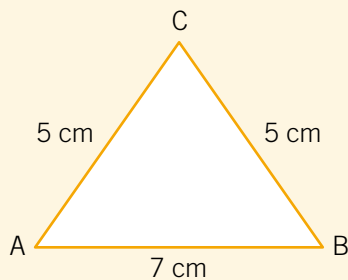
Polígonos regulares e irregulares

1. Clasifica cada polígono como regular o irregular.

puntos

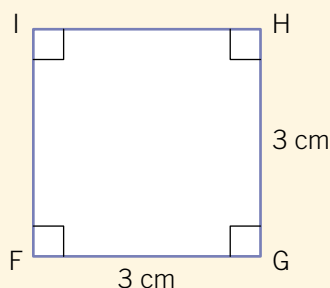
3

a.



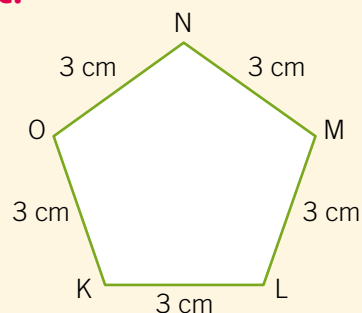
► _____

b.



► _____

c.



► _____

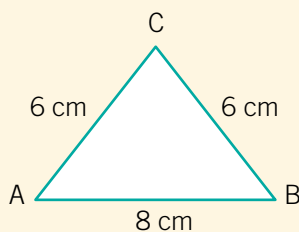
Triángulos

2. Observa los triángulos y escribe sus nombres según la medida de sus lados.

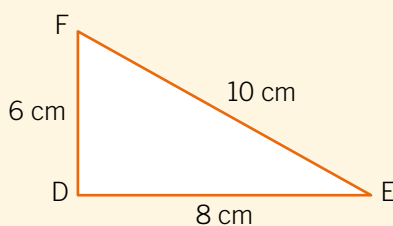
puntos

3

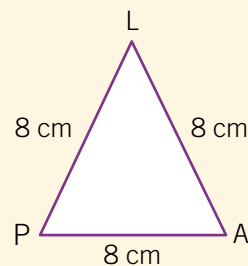
a.



b.



c.

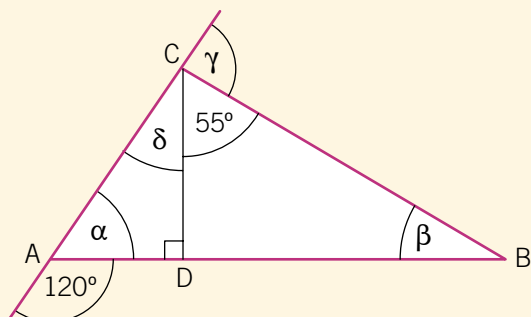


Ángulos en un triángulo

3. Observa el triángulo y completa con las medidas de los ángulos pedidos.

puntos

4



$\alpha =$ _____

$\beta =$ _____

$\gamma =$ _____

$\delta =$ _____



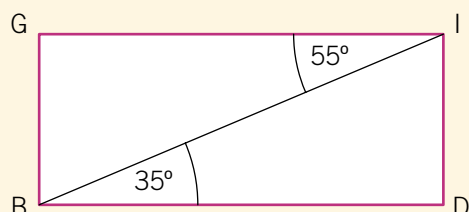
Ángulos en cuadriláteros

4. Determina las medidas de ángulos en los siguientes cuadriláteros.

puntos

4

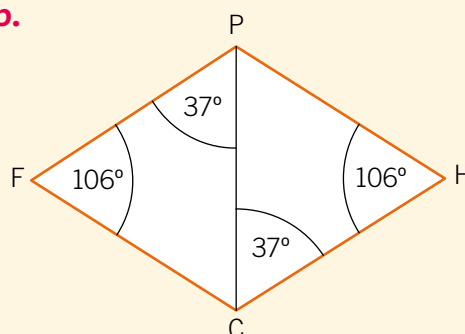
a. BDIG es un rectángulo.



$m(\angle BGI) =$ _____

$m(\angle BID) =$ _____

b.



$m(\angle CPH) =$ _____

$m(\angle PCF) =$ _____

Construcción de triángulos según las medidas de sus lados

5. Construye un triángulo cuyos lados tengan estas medidas: 2 cm, 4 cm y 5 cm.

puntos

3

Construcción de triángulos según las medidas de sus ángulos

6. Construye un triángulo que tenga un lado de 4 cm de longitud y en el que los ángulos que se forman en los extremos de este sean de 25° y 80° .

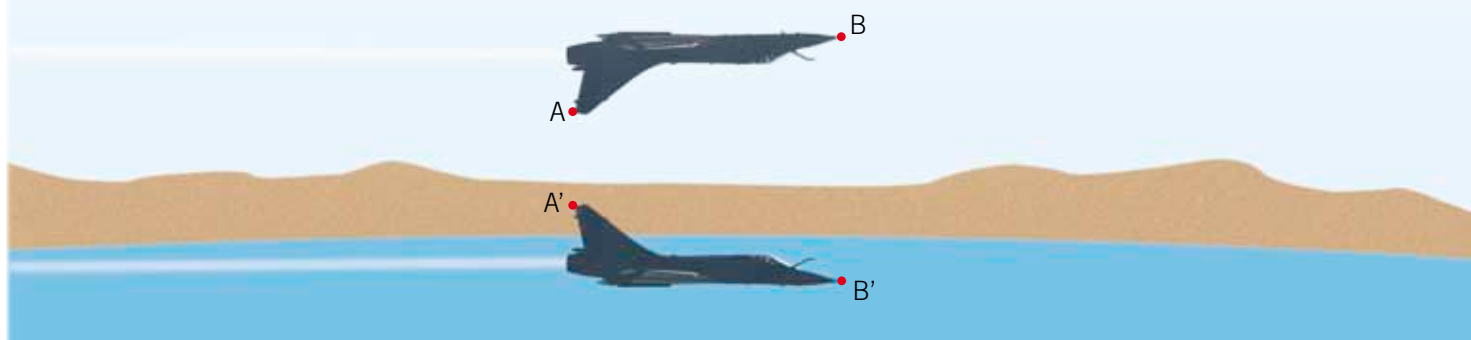
puntos

3

Transformaciones isométricas

Observa y responde

Los aviones de acrobacias realizan un tipo de vuelo llamado espejo, que consiste en que uno de ellos viaja paralelo al horizonte en forma natural y otro en posición invertida sobre el primero, tratando de provocar el efecto visual de la reflexión entre ambos aviones.

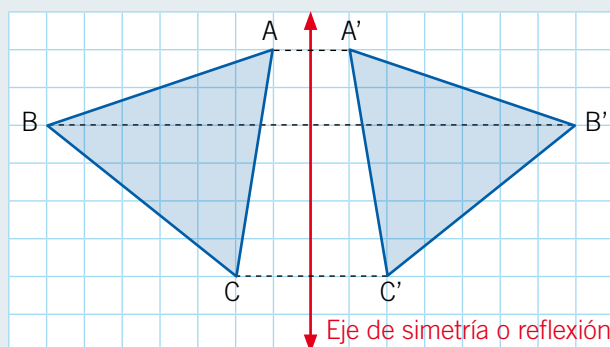


- Marca con un ☒ si la afirmación es verdadera y con una ☐ si es falsa.
- ☐ En la imagen, el punto A de un avión se relaciona con el punto A' del otro.
- ☐ La longitud del segmento que une A y B es igual al que une A' y B'.
- ☐ La distancia entre A y B' es mayor que la que hay entre los puntos A' y B'.

Aprende

Una **transformación isométrica** modifica la posición de una figura geométrica en un plano, manteniendo inalterable la longitud de sus lados y las medidas de los ángulos que la componen.

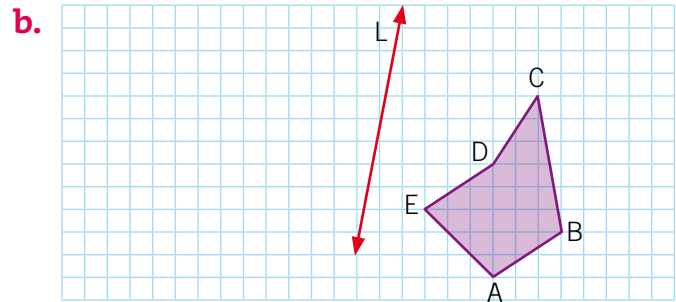
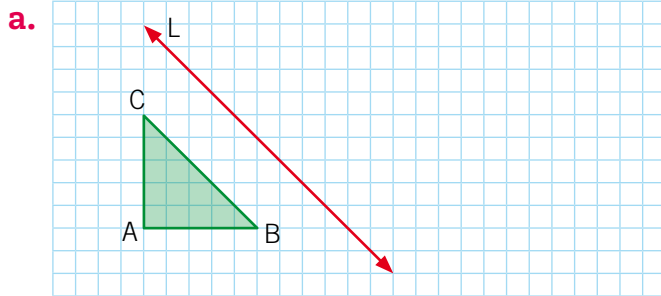
La **reflexión** respecto de una recta llamada **eje de simetría o reflexión** es una transformación isométrica, en la que, a cada punto A de la figura original, le corresponde un punto A' de la figura imagen.



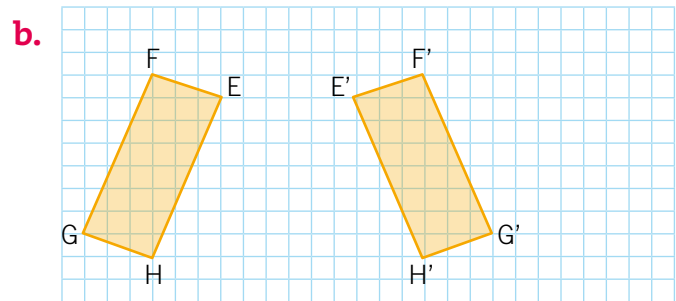
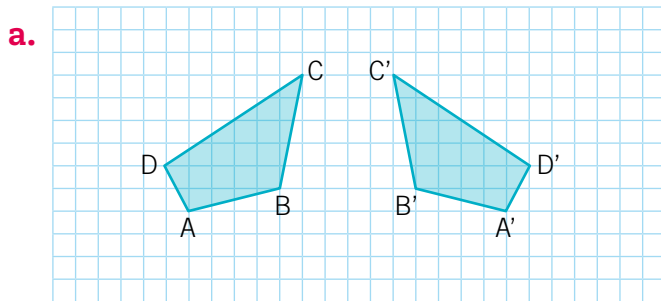


Practica

1. Dibuja la figura reflejada con respecto al eje dibujado. **Aplicar**

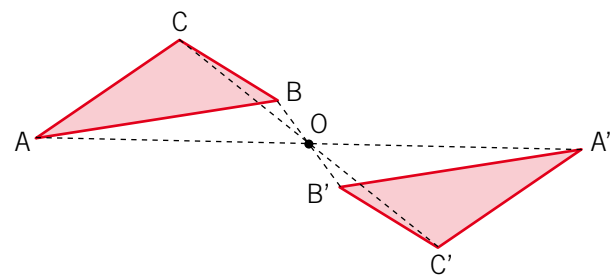


2. Traza el eje de simetría en cada caso. **Aplicar**

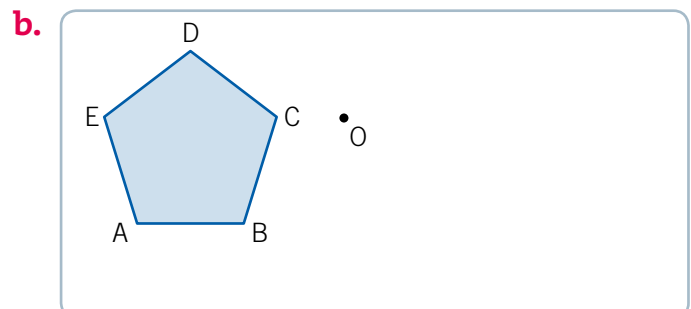
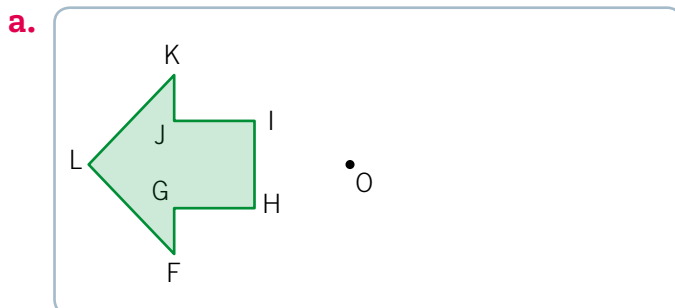


3. Lee la siguiente información y luego responde. **Analizar**

La simetría central es un movimiento en el plano, en el cual a cada punto de una figura le corresponde otro punto que está a la misma distancia de un punto dado. El punto **O** es el **centro de simetría**.



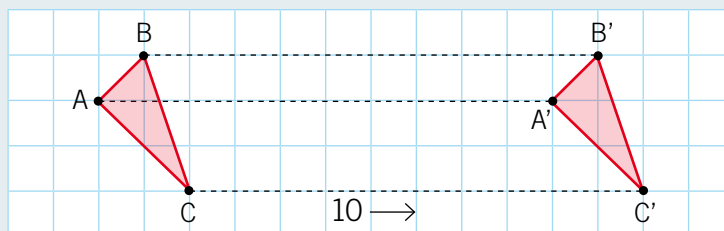
Dibuja una simetría central con respecto al punto O.



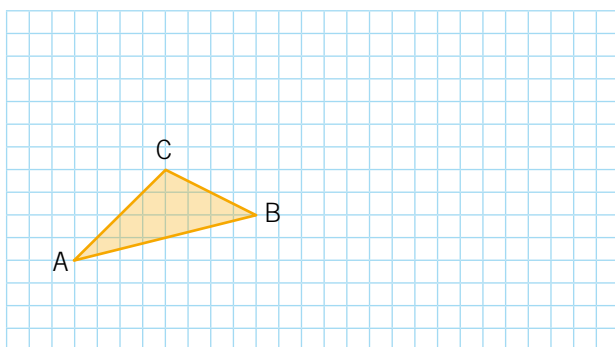
4. Analiza la siguiente información y luego responde. **Aplicar**

La **traslación** es una transformación isométrica en el plano que se describe mediante segmentos orientados. Cada segmento corresponde a un movimiento en línea recta que tiene una distancia y una dirección.

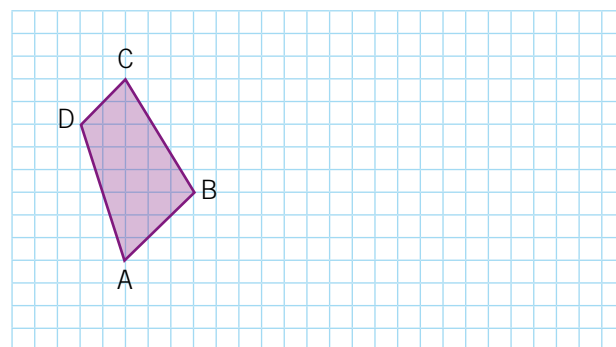
Ejemplo: el triángulo ABC se traslada 10 unidades a la derecha formando la figura imagen del triángulo, es decir, el triángulo A'B'C'.



- a. El triángulo ABC se traslada 4 unidades a la derecha y 3 unidades hacia arriba.

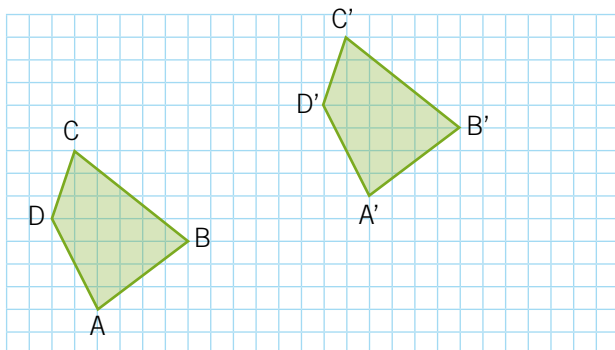


- b. El cuadrilátero ABCD se traslada 7 unidades a la derecha y 3 unidades hacia abajo.



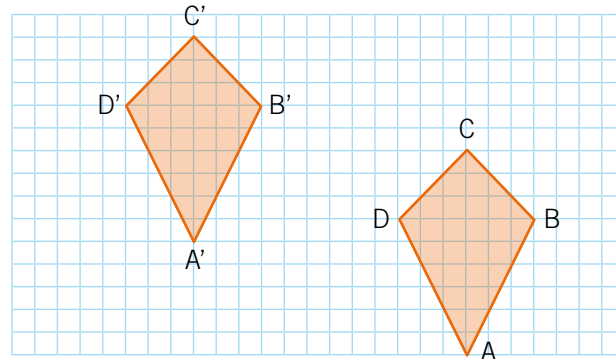
5. Observa las siguientes figuras y luego describe la traslación realizada. **Analizar**

a.



Descripción: _____

b.



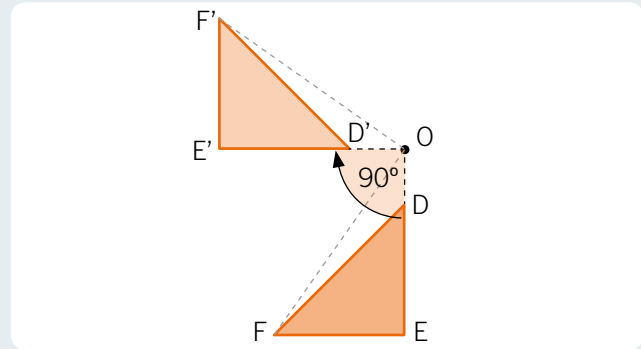
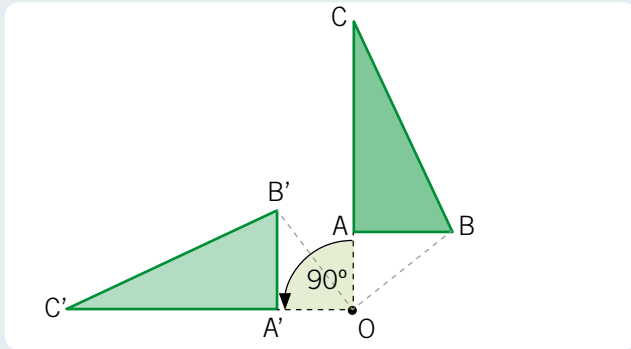
Descripción: _____



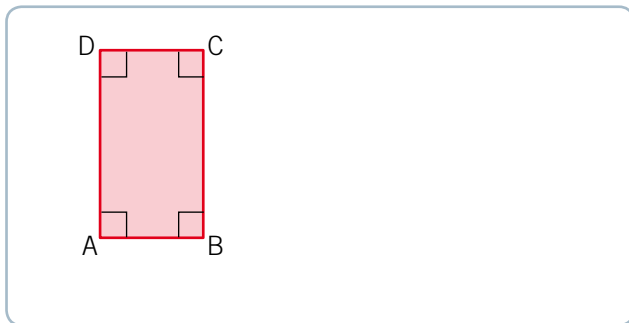
6. Analiza la siguiente información y luego responde. *Analizar*

La **rotación** es el movimiento que realiza una figura alrededor de un punto fijo llamado centro de rotación y un ángulo. Este punto puede estar dentro o fuera de la figura.

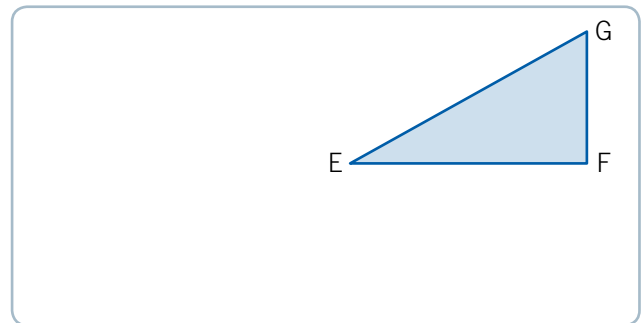
- Rotación en sentido antihorario y en 90° respecto del punto O.
- Rotación en sentido horario y en 90° respecto del punto O.



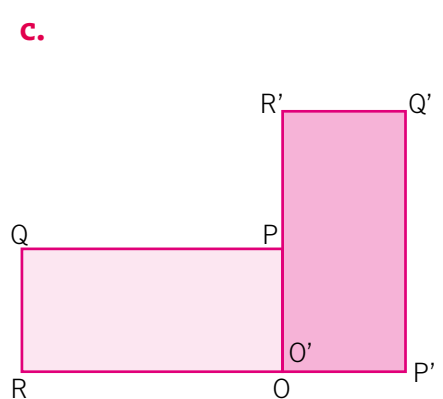
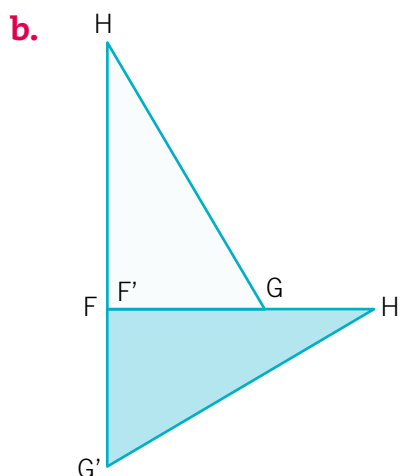
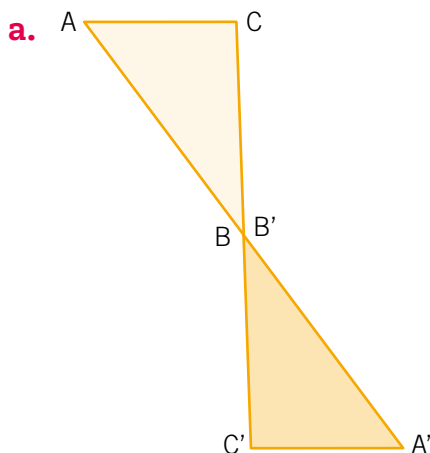
- a.** Rota en 90° con centro en el punto B y sentido horario.



- b.** Rota en 180° con centro en E y sentido antihorario.



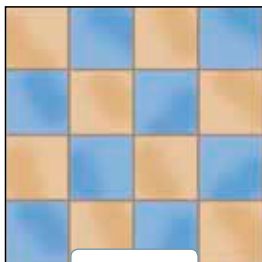
7. Escribe el centro de rotación para cada una de las siguientes rotaciones. *Aplicar*



Teselaciones regulares

Lee y responde

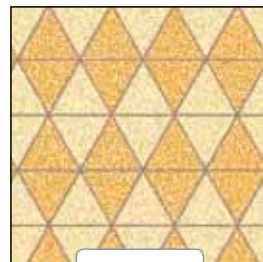
Una familia que compró una casa quiere poner baldosas en su patio. Para ello, revisaron distintos diseños en una tienda.



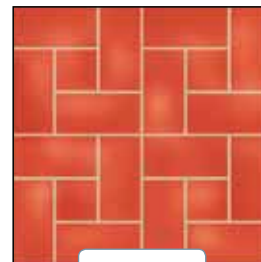
Diseño 1



Diseño 2



Diseño 3



Diseño 4

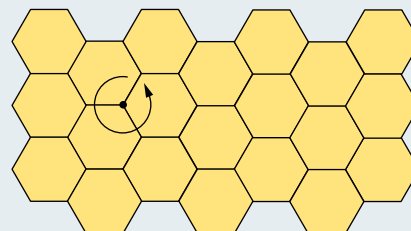
- Marca con un ☒ si la afirmación es verdadera y con una ☐ si es falsa.
 - ☐ Cualquier tipo de baldosas con forma de triángulo permite cubrir el piso.
 - ☐ Se puede cubrir el piso con baldosas con forma de triángulos equiláteros.
 - ☐ Con baldosas de forma hexagonal, es posible cubrir el piso sin que queden espacios.
- Finalmente, se pondrán solamente baldosas que sean polígonos regulares. Explica qué opción u opciones puede escoger la familia y justifica tu respuesta.

Aprende

Una **teselación** (embaldosamiento) es el recubrimiento de una superficie plana que cumple la condición de que las figuras utilizadas no se superponen (no quedan una sobre otra) y no hay espacios entre ellas. Las teselaciones se obtienen a partir de la aplicación de **transformaciones isométricas** sucesivas sobre una figura inicial. Las **teselaciones regulares** son aquellas que cubren el plano utilizando solo polígonos regulares. Los únicos polígonos regulares que cubren completamente el plano son:

- el triángulo equilátero.
- el cuadrado.
- el hexágono.

Ejemplo: al realizar una rotación sobre el vértice de un hexágono regular en forma sucesiva, se obtiene el siguiente embaldosado:

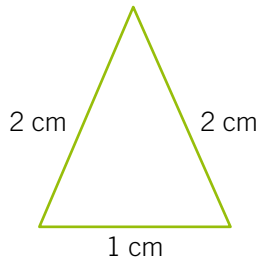




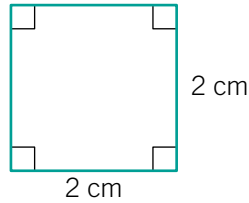
Practica

1. Marca con un ☒ las figuras con las que es posible teselar completamente el plano. En caso contrario, marca con una ☐. **Identificar**

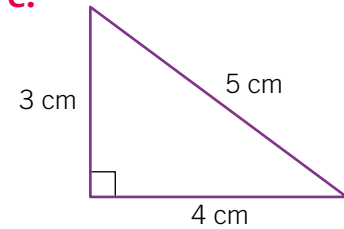
a.


☐

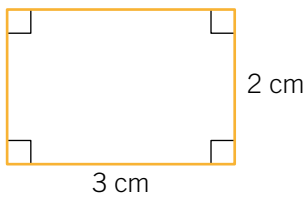
c.


☐

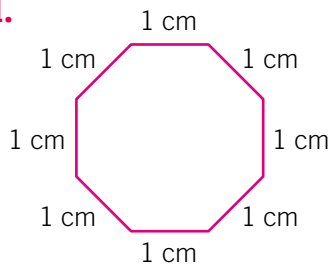
e.


☐

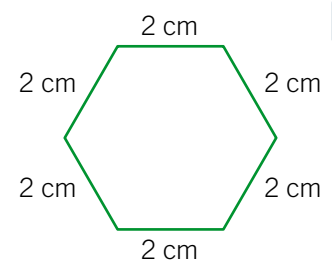
b.


☐

d.

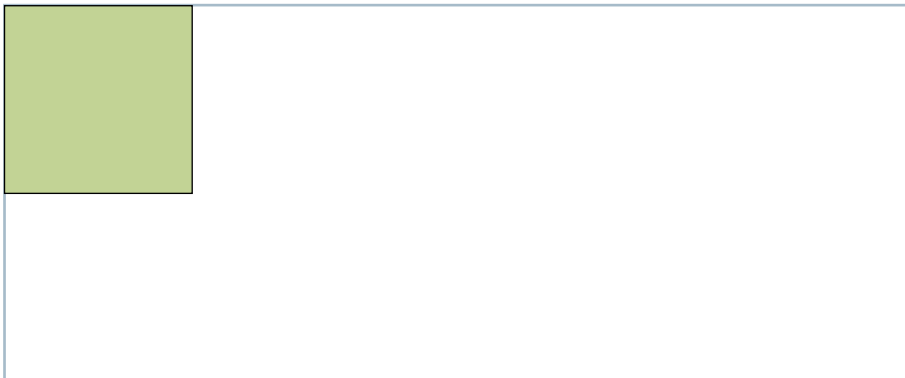

☐

f.

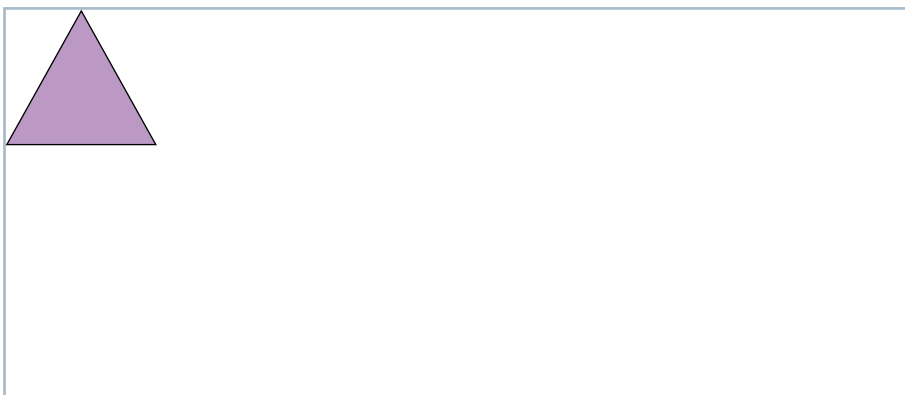

☐

2. Aplicando transformaciones isométricas, dibuja un embaldosado para cada recuadro. **Aplicar**

a.



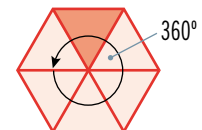
b.



Ojo con...



Para identificar una teselación, los ángulos que concurren en un vértice deben sumar 360° . De este modo no quedan espacios entre las figuras.



Conectad@s

Ingresa a:

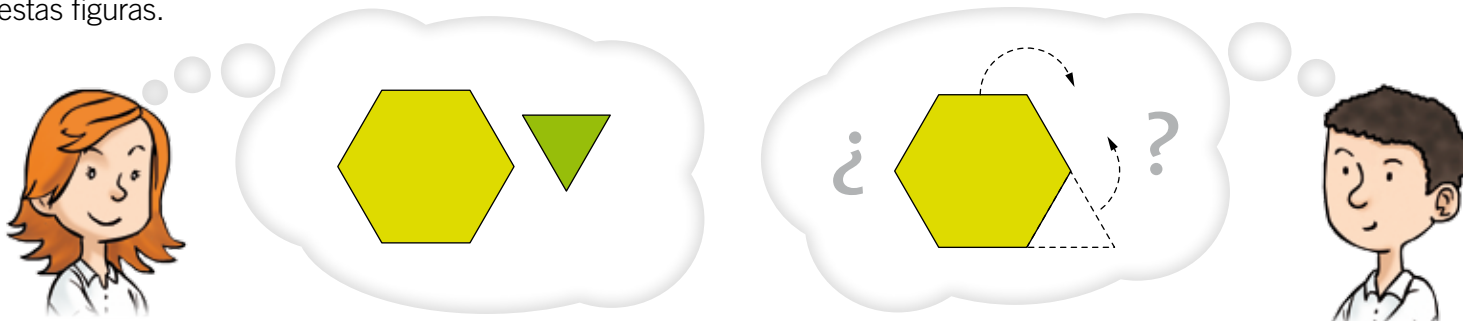
www.casadelsaber.cl/mat/605

y encontrarás una actividad para complementar este contenido.

Teselaciones semirregulares y no regulares

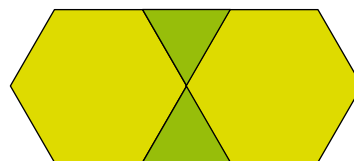
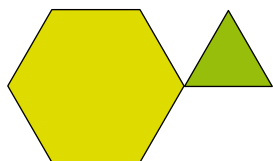
Observa y responde

Martina piensa en dos polígonos regulares para teselar el plano y le pregunta a Patricio cómo puede hacerlo con estas figuras.



Patricio le responde que las puede “juntar” de alguna forma, ya que son polígonos regulares.

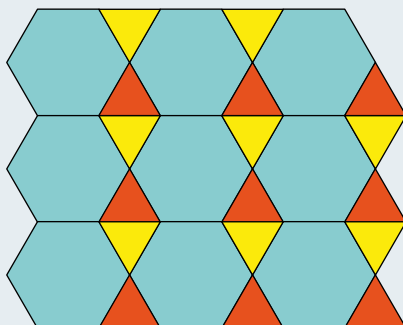
- Encierra la afirmación verdadera.
 - ▶ Los polígonos en que piensa Martina no pueden teselar el plano.
 - ▶ Los polígonos en que piensa Martina pueden teselar el plano.
- Marca con un ☒ la representación que corresponda a la combinación que permita teselar el plano.



Aprende

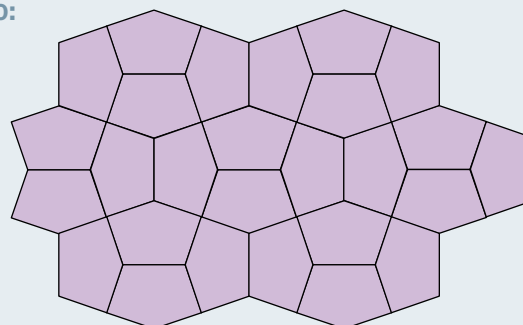
Una **teselación semirregular** es aquella que está formada por 2 o más polígonos regulares.

Ejemplo:



Una **teselación no regular** es aquella que está formada por polígonos irregulares.

Ejemplo:

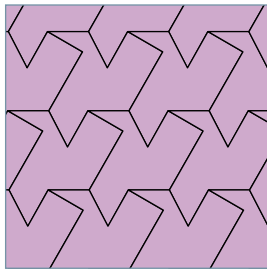




Practica

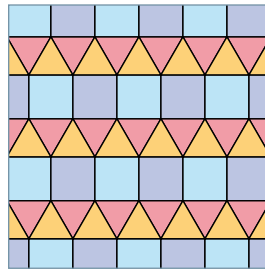
1. Escribe si la teselación es semirregular o no regular. **Identificar**

a.



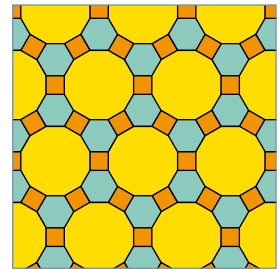
► _____

b.



► _____

c.



► _____

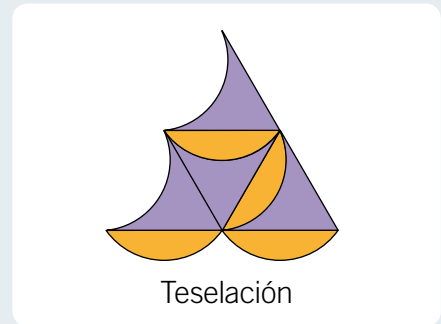
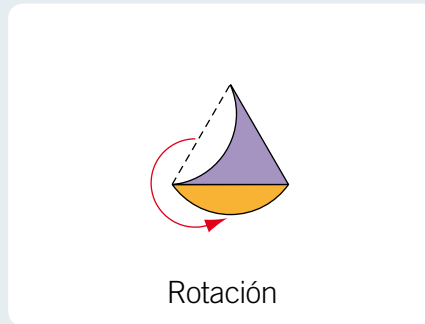
2. Lee atentamente y luego responde. **Analizar**

A partir de cualquier polígono que permita teselar una superficie, se pueden formar plantillas de diseño para realizar interesantes modelos. Observa el ejemplo:

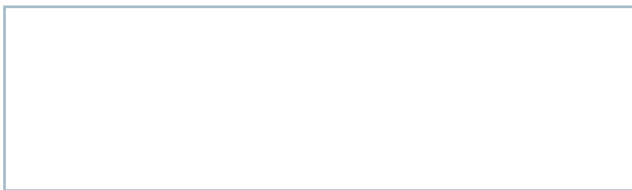
1° Construye cualquier polígono.

2° Considera una parte y la "rotas".

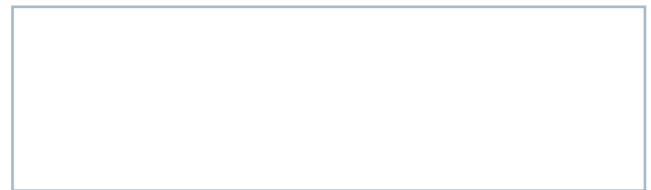
3° Tesela la superficie plana con la figura obtenida.



a. Considerando un cuadrado, construye una figura para teselar el plano.



b. Considerando un hexágono regular, construye una figura para teselar el plano.



Ponte a prueba

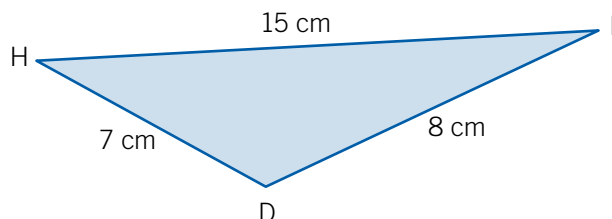
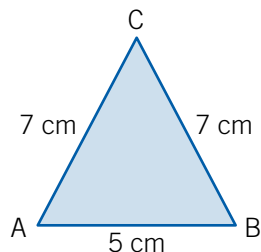
Margarita afirma que es posible teselar el plano ocupando 2 cuadrados y 3 triángulos equiláteros, mientras que Isidora dice que el plano se puede teselar utilizando pentágonos regulares. Explica si ambas o una de ellas está en lo correcto.



Resolución de problemas

Observa la resolución del siguiente problema

De los triángulos dibujados, ¿qué construcción es incorrecta?



PASO 1

Explica con tus palabras la pregunta del problema.

Con los datos de cada triángulo se quiere saber si es posible construirlo.

PASO 2

Identifica los datos importantes.

Se puede saber la medida de cada lado de los triángulos.

Triángulo ABC ► $m(\overline{AB}) = 5 \text{ cm}$, $m(\overline{BC}) = 7 \text{ cm}$, $m(\overline{CA}) = 7 \text{ cm}$

Triángulo DLH ► $m(\overline{DL}) = 8 \text{ cm}$, $m(\overline{LH}) = 15 \text{ cm}$, $m(\overline{HD}) = 7 \text{ cm}$

PASO 3

Calcula y escribe la solución.

Dadas las medidas de sus lados, ABC corresponde a un triángulo isósceles.

Para que se pueda construir el triángulo DLH debe cumplir la desigualdad triangular, es decir:

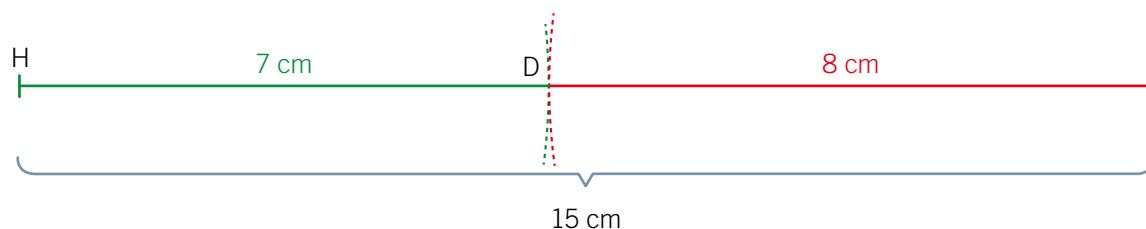
$$m(\overline{DL}) + m(\overline{HD}) < m(\overline{LH})$$

Al remplazar la medida de sus lados, se tiene " $15 < 15$ ", lo que **no** se cumple. Por lo tanto, no se puede construir el triángulo DLH.

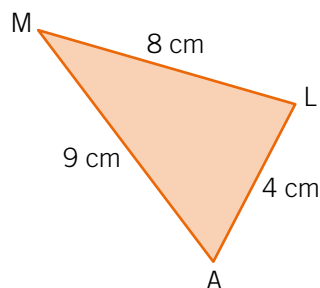
PASO 4

Revisa la solución.

Al construir los segmentos del triángulo DLH, se observa que estos no pueden formar dicho triángulo.



De los triángulos dibujados, ¿qué construcción es incorrecta?



Explica con tus palabras la pregunta del problema.

Identifica los datos importantes.

Calcula y escribe la solución.

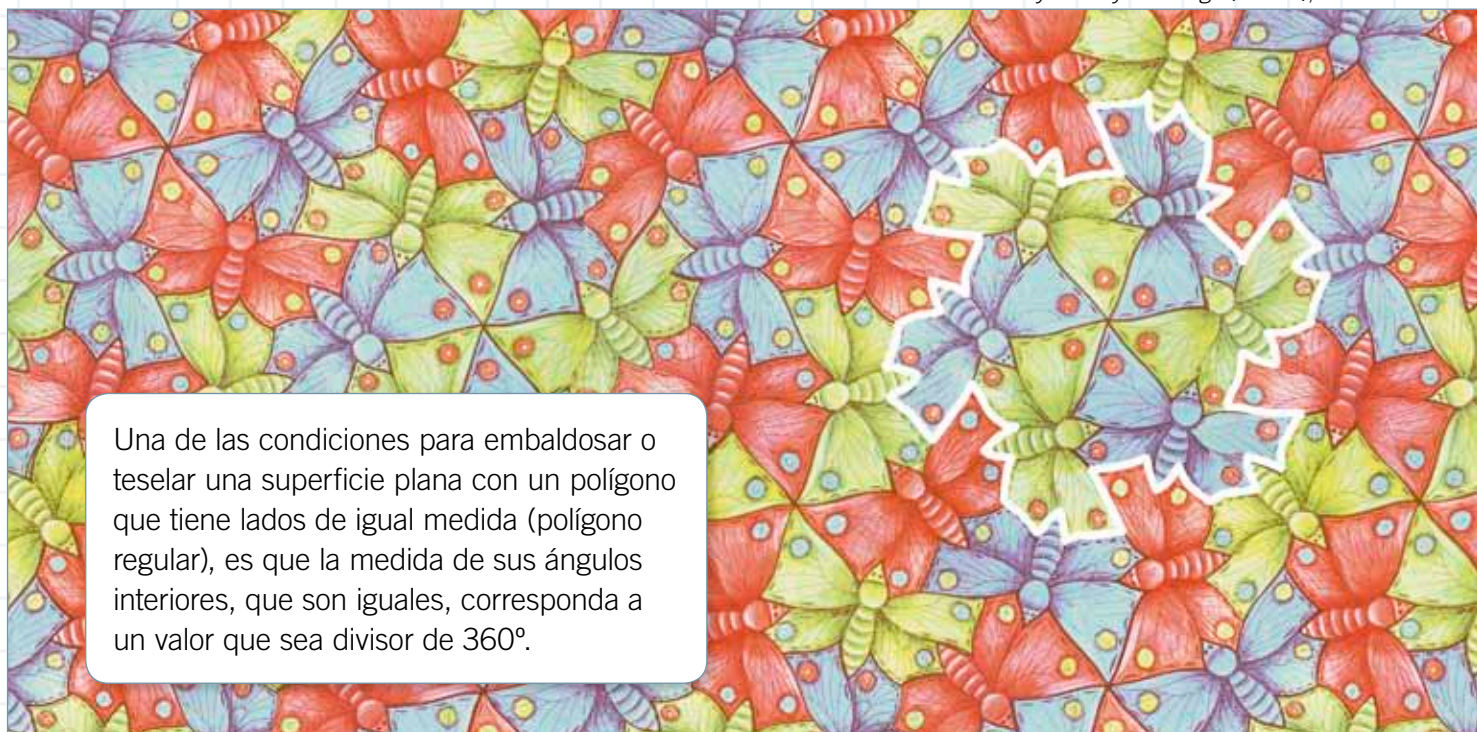
Revisa la solución.

Competencias para la vida

El estudio de **teselaciones** me ayuda a comprender obras de arte

El pintor holandés Maurits Cornelis Escher (1898-1972) dejó los estudios de arquitectura para dedicarse al arte. Dominó técnicas de grabado en madera, pero en lo que más se destacó fue en sus dibujos sobre realidades imposibles y las obras donde utilizó isometrías.

"Symmetry Drawing" (detalle), de M. C. Escher



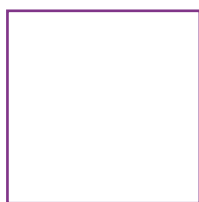
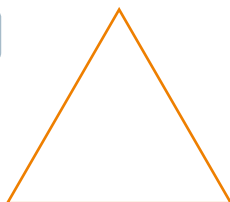
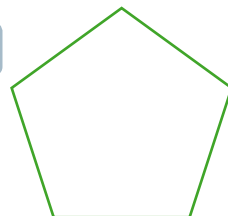
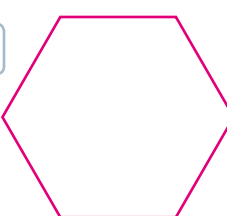
Una de las condiciones para embaldosar o teselar una superficie plana con un polígono que tiene lados de igual medida (polígono regular), es que la medida de sus ángulos interiores, que son iguales, corresponda a un valor que sea divisor de 360° .

Competencia matemática

Responde, según la información entregada.

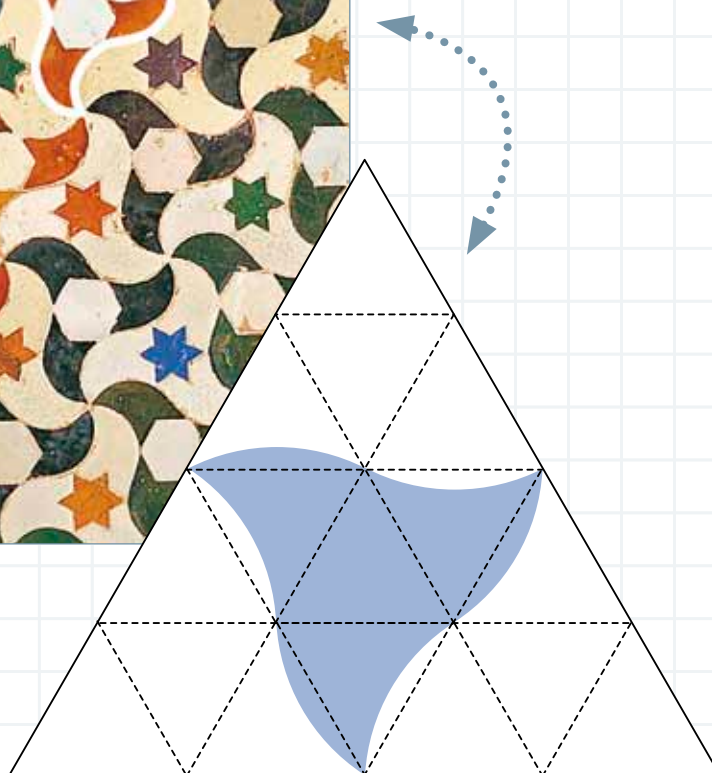
- ¿Qué condición deben cumplir los polígonos que permitan teselar una superficie plana?

- Marca con un ☒ el polígono regular que permite teselar el plano. En caso contrario, marca con una ☐.

☐☐☐☐



En el palacio de La Alhambra, en España, es posible observar algunas teselaciones de distinto tipo. Gracias a ellas nos podemos deleitar con la maravilla que produce la combinación de arte y geometría. En particular, parte de la imagen mostrada, que se encuentra en este apreciado monumento histórico hispano-árabe, se puede relacionar con las sucesivas deformaciones de un triángulo equilátero.



Competencia cultural y artística

Reflexiona y comenta.

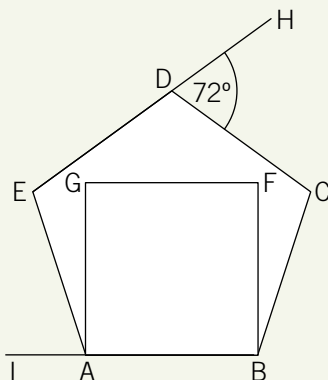
- ¿En qué continente se encuentra España?
- ¿Qué figura geométrica utilizó Escher como base para lograr la teselación de la página anterior?
- Explica alguna técnica de dibujo que se relacione con la obra de Escher.
- Construye un diseño de embaldosado, parecido al del palacio de la Alhambra.



Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

1. La figura está formada por un pentágono regular ABCDE y un cuadrado ABFG. ¿Cuál es la medida del ángulo GAE?

- ☐ A. 18°
- ☐ B. 72°
- ☐ C. 108°
- ☐ D. 198°



Análisis de las alternativas

- A.** El ángulo EDC corresponde al suplemento del ángulo CDH, que coincide con un ángulo interior del pentágono ABCDE. Debido a que el pentágono es regular, todos sus ángulos interiores tienen igual medida, es decir, el ángulo BAE mide 108° . Considerando que los ángulos interiores de un cuadrado miden 90° , se obtiene $m(\angle GAE) = 108^\circ - 90^\circ = 18^\circ$.
- B.** En esta alternativa, se confunde el ángulo pedido, con el ángulo EAI. Como este ángulo coincide con el ángulo CDH, se cree que es la medida pedida.
- C.** En este caso, se calcula el suplemento de 72° , es decir, $180^\circ - 72^\circ$. De esta manera, se determina el ángulo interior del pentágono, faltando completar los cálculos para obtener la medida del ángulo pedido.
- D.** En este caso, se suma la medida del ángulo interior del pentágono y la medida del ángulo interior del cuadrado: $108^\circ + 90^\circ = 198^\circ$, valor que no corresponde a la medida del ángulo GAE.

► Por lo tanto, la alternativa **A** es la correcta.

1. ☒ A ☐ B ☐ C ☐ D



¿Qué aprendiste?

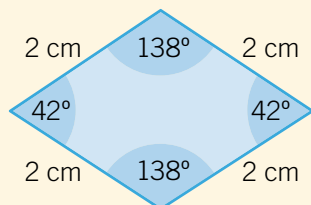
Evaluación final

1. Clasifica los siguientes polígonos en regulares o irregulares.

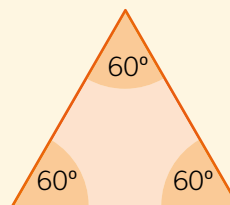
puntos

4

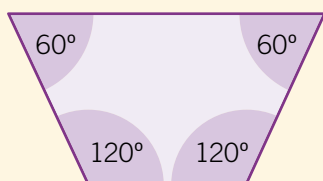
a.



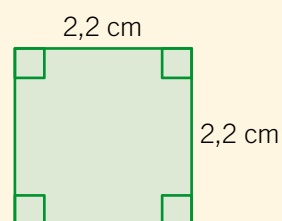
c.



b.



d.

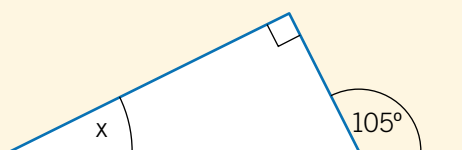


2. Observa cada figura y calcula los ángulos pedidos en cada caso.

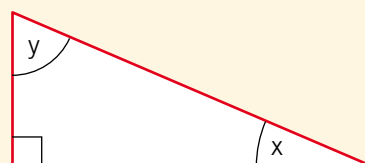
puntos

2

a.



b.



$$\angle x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle x + \angle y = \underline{\hspace{2cm}}$$

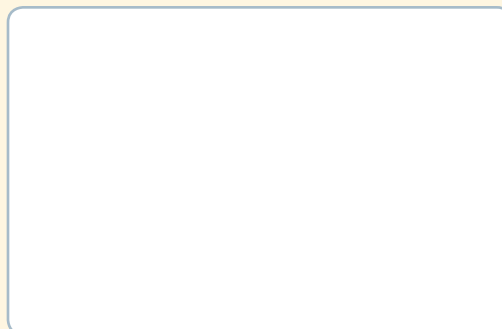
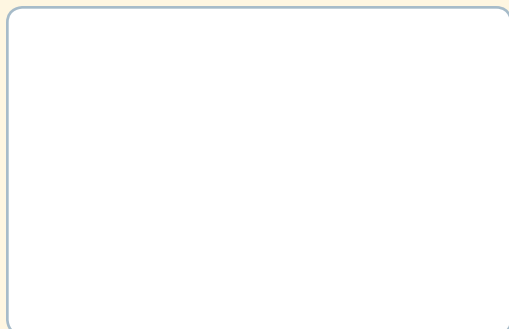
3. Utilizando regla y compás, verifica si se puede construir cada triángulo.

puntos

4

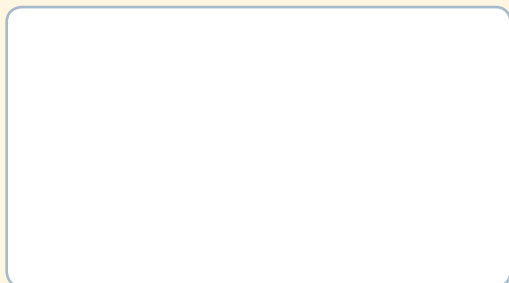
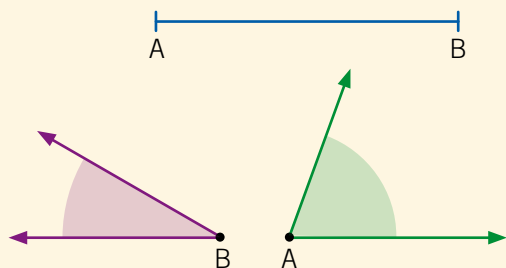
a. Un triángulo equilátero cuyo lado mida 3 cm.

b. Un triángulo isósceles rectángulo con lados que midan 2 cm, 2 cm y 5 cm

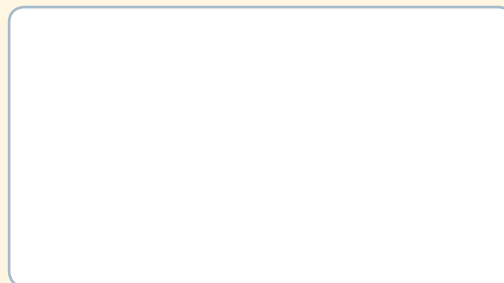
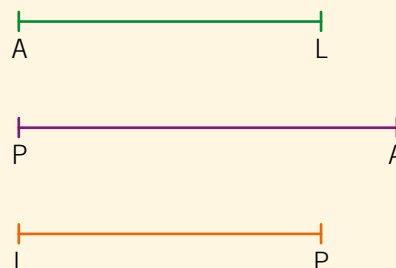


4. Construye los triángulos según los elementos entregados.

a.



b.

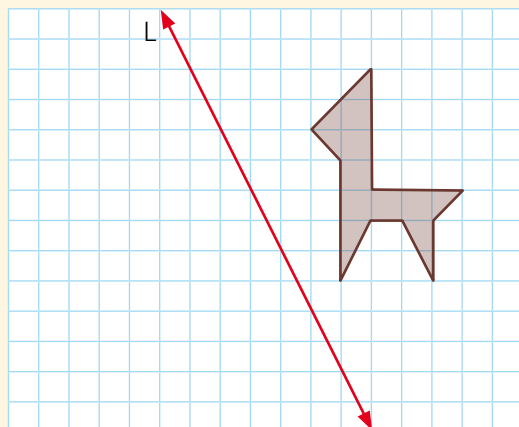


puntos

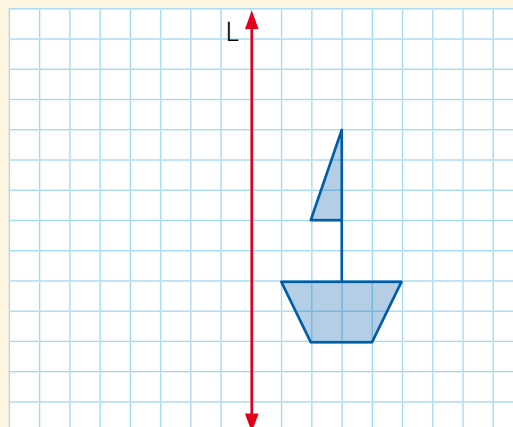
4

5. Dibuja la figura simétrica con respecto al eje L en cada caso.

a.



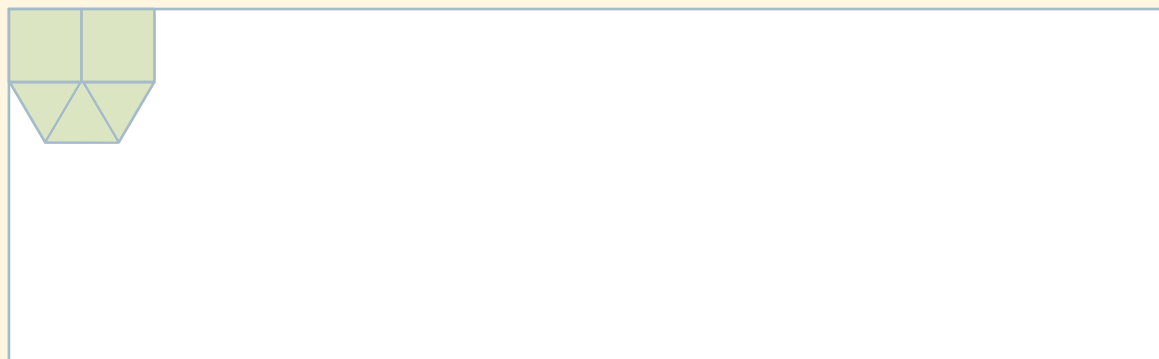
b.



puntos

2

6. La figura geométrica está compuesta por 2 cuadrados y 3 triángulos equiláteros. Completa el recuadro embaldosando con dicha figura.



puntos

4



Marca con una **X** la alternativa correcta.

puntos

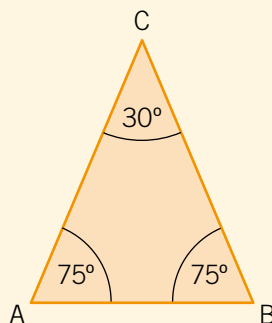
4

7. ¿Cuál de los siguientes polígonos es regular?

- ☐ A. Trapezoide.
- ☐ B. Rectángulo.
- ☐ C. Cuadrado.
- ☐ D. Triángulo isósceles.

8. ¿Cómo se clasifica el triángulo ABC?

- ☐ A. Equilátero.
- ☐ B. Isósceles rectángulo.
- ☐ C. Escaleno acutángulo.
- ☐ D. Isósceles acutángulo.

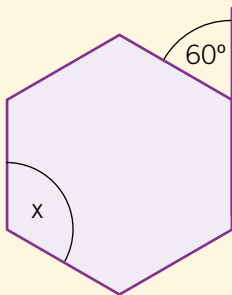


9. Las siguientes son las medidas de los ángulos de diferentes triángulos. ¿Cuál de ellos es un triángulo escaleno rectángulo?

- ☐ A. 50° , 60° y 70°
- ☐ B. 30° , 60° y 90°
- ☐ C. 45° , 45° y 90°
- ☐ D. 20° , 40° y 120°

10. La figura es un hexágono regular. ¿Cuál es la medida del ángulo x ?

- ☐ A. 60°
- ☐ B. 90°
- ☐ C. 120°
- ☐ D. 180°



11. ¿Cuál es la medida de cada ángulo interior de un triángulo equilátero?

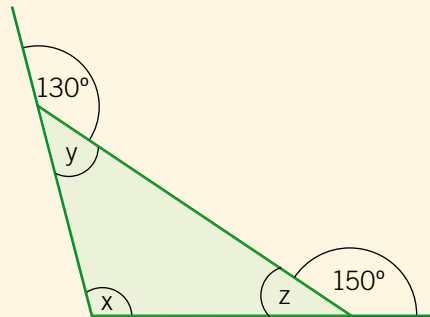
- A.** 30°
- B.** 60°
- C.** 120°
- D.** 180°

puntos

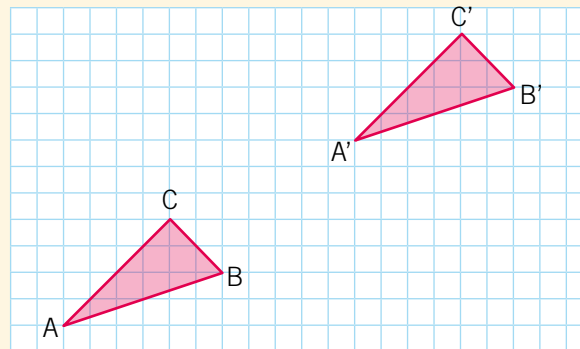
4

12. ¿Cuál es la medida de $x + y$?

- A.** 100°
- B.** 130°
- C.** 150°
- D.** 180°



13. Al triángulo ABC se le aplicó una traslación, de la que resultó el triángulo A'B'C'. ¿Cuánto se desplazó la figura original?



- A.** 7 unidades hacia la derecha y 11 unidades hacia arriba.
- B.** 7 unidades hacia la izquierda y 11 unidades hacia abajo.
- C.** 11 unidades hacia la derecha y 7 unidades hacia arriba.
- D.** 11 unidades hacia la izquierda y 7 unidades hacia abajo.

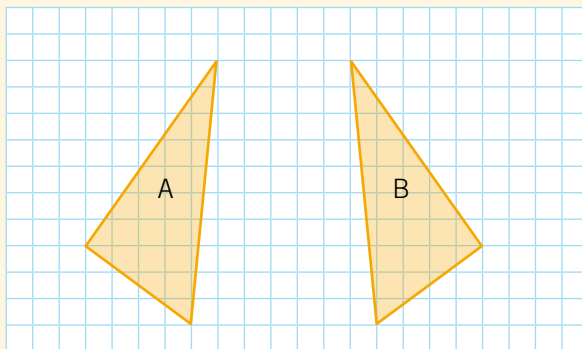
14. ¿Cuál de los siguientes cuadriláteros **no** es un paralelogramo?

- A.** Rombo.
- B.** Romboide.
- C.** Trapezoide.
- D.** Rectángulo.



15. ¿Qué transformación isométrica se aplicó a la figura A para obtener la figura B?

- ☐ A. Teselación.
- ☐ B. Traslación.
- ☐ C. Rotación.
- ☐ D. Reflexión.



puntos

4

16. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **verdadera**?

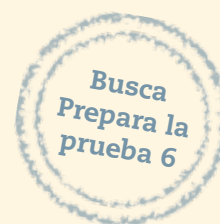
- ☐ A. Una traslación se realiza respecto de una recta.
- ☐ B. Una rotación puede ser equivalente a una simetría central.
- ☐ C. Las simetrías centrales se construyen respecto de un punto.
- ☐ D. Para realizar la rotación de una figura se necesita saber su sentido.

17. ¿Con cuál de los siguientes polígonos **no** es posible teselar una superficie plana?

- ☐ A. Cuadrado.
- ☐ B. Rectángulo.
- ☐ C. Pentágono regular.
- ☐ D. Triángulo equilátero.

18. ¿A qué tipo de teselación corresponde el embaldosado que se muestra?

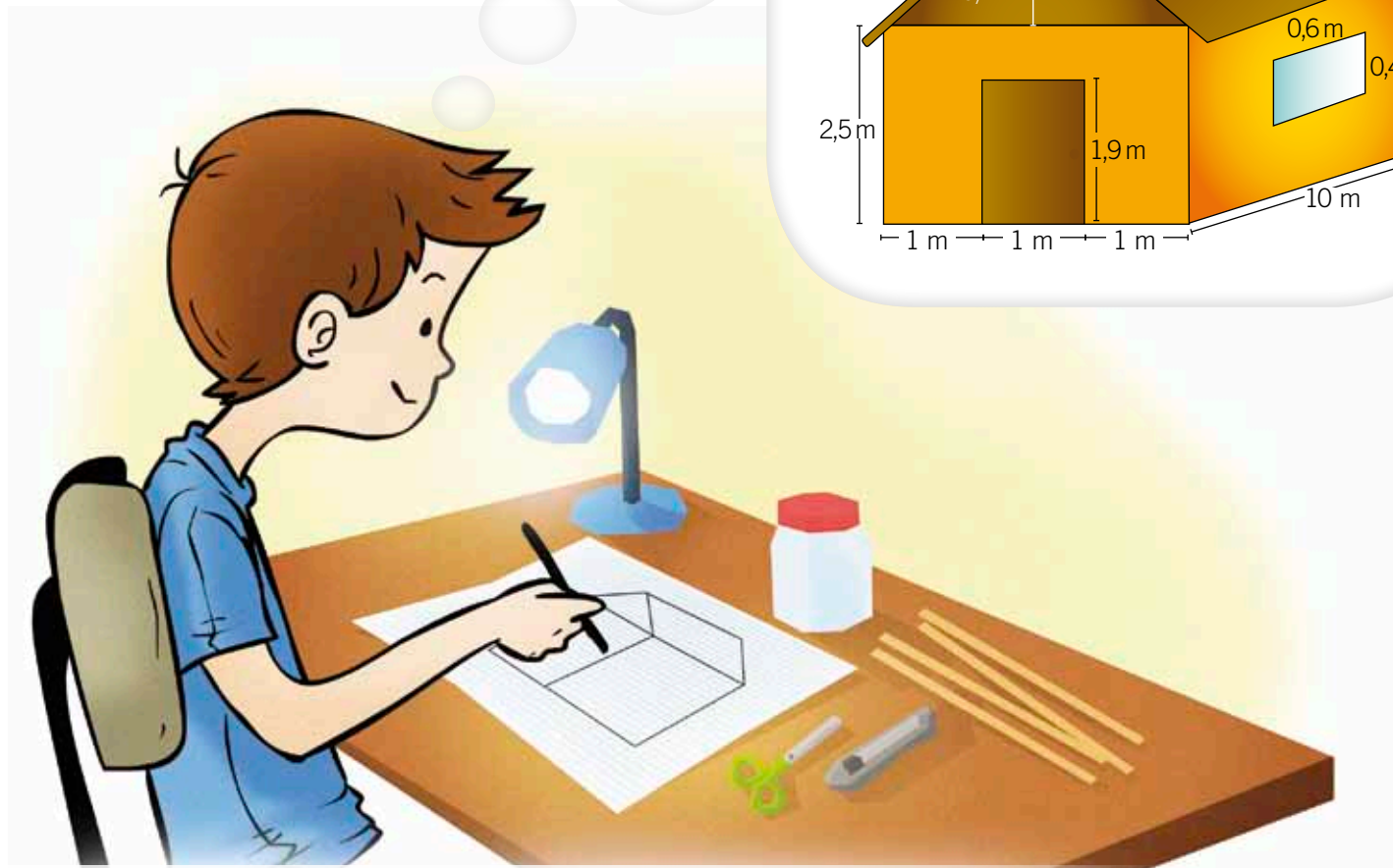
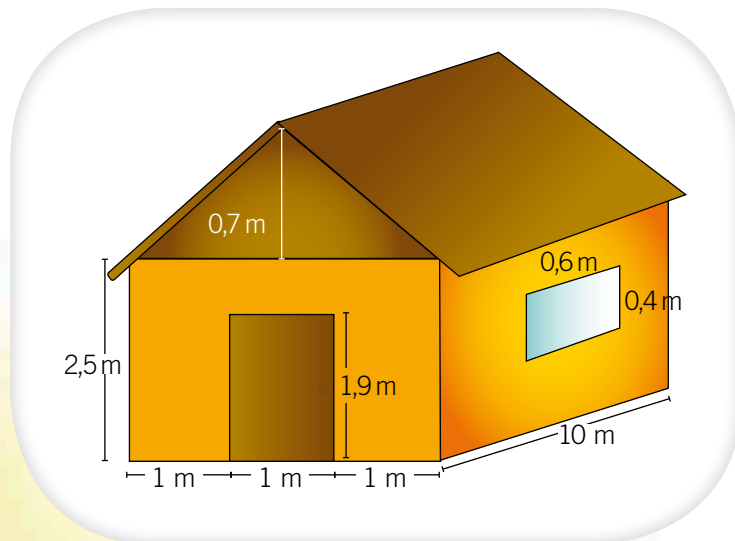
- ☐ A. Regular.
- ☐ B. No regular.
- ☐ C. Semirregular.
- ☐ D. Rotada.



Área y volumen

Se pueden representar muchas de las cosas que nos rodean mediante modelos a escala contruidos en tamaños reducidos.

Martín está diseñando un tipo de vivienda a escala para presentarla en una exposición en su colegio.



En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer prismas, paralelepípedos y sus elementos.
- Analizar las redes de construcción de paralelepípedos.
- Calcular el área de cubos y de paralelepípedos, mediante sus redes de construcción.
- Conocer las unidades de medida de volumen.
- Calcular el volumen de un cubo y de un paralelepípedo recto.
- Analizar situaciones de variación de medidas en un cubo y en un paralelepípedo.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.





¿Qué sabes?

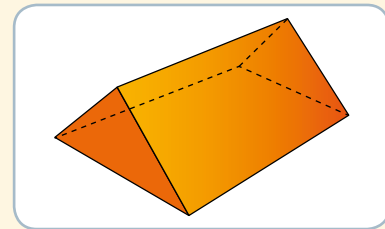
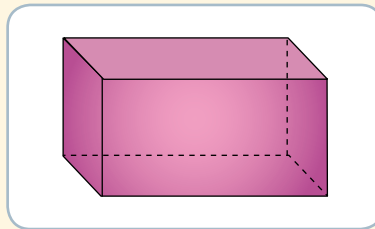
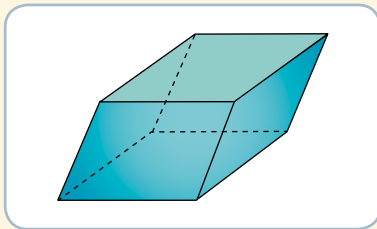
Evaluación inicial

A partir de la imagen, responde.

1. Nombra tres figuras geométricas que reconozcas en la casa que está dibujando Martín.

► _____ ► _____ ► _____

2. ¿Con cuál o cuáles de los siguientes cuerpos geométricos es posible representar la estructura del techo de la imagen anterior?



3. Completa con lo pedido en cada caso.

a. La altura de la puerta mide _____.

b. La medida del largo de la casa es _____.

c. La medida del ancho de la casa es _____.

4. Calcula y completa en cada caso.

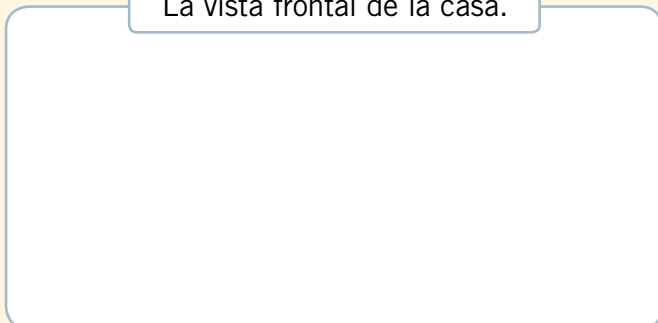
a. El área de la puerta es ► _____.

b. Si en lugar de una, la casa tuviera otra ventana más igual a la que se muestra, ¿cuál sería el área de ambas?

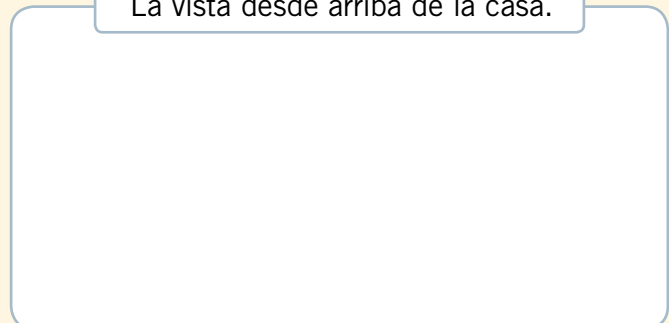
► _____

5. Dibuja según lo pedido.

La vista frontal de la casa.

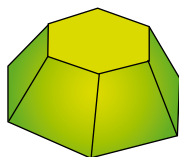


La vista desde arriba de la casa.

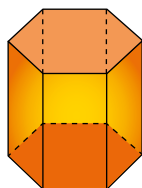


Prismas

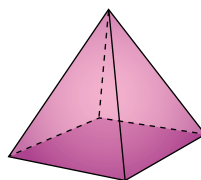
Observa y responde



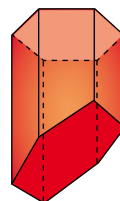
Cuerpo A



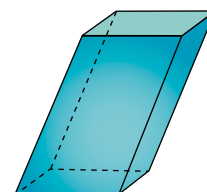
Cuerpo B



Cuerpo C



Cuerpo D



Cuerpo E

- Marca con un ✓ la casilla del cuerpo geométrico que tenga la característica dada.

Cuerpos	A	B	C	D	E
Sus caras laterales son paralelogramos.	☐	☐	☐	☐	☐
Sus caras basales son polígonos de igual forma y tamaño.	☐	☐	☐	☐	☐
Sus caras basales son paralelas.	☐	☐	☐	☐	☐

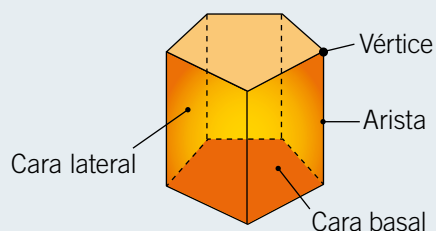
- ¿Qué cuerpos geométricos presentan las tres características?

Aprende

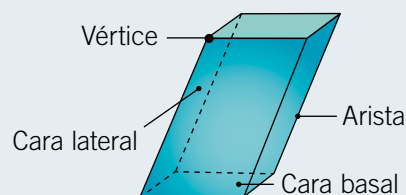
Un **prisma** es un poliedro (cuerpo geométrico formado por caras planas) limitado por dos caras poligonales paralelas llamadas **caras basales**, que tienen igual forma y tamaño. Sus **caras laterales** son paralelogramos.

Un prisma es **recto** si sus caras laterales son perpendiculares a sus caras basales. Si no, se dice que el prisma es **oblicuo**. En general, un prisma se nombra según el polígono de su base. Por ejemplo, el siguiente prisma es recto de base **pentagonal**.

Prisma recto de base pentagonal



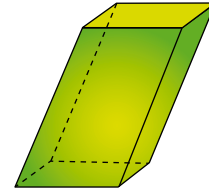
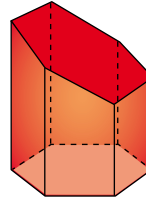
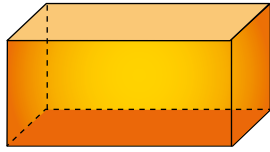
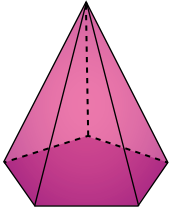
Prisma oblicuo





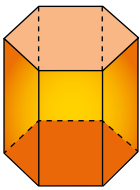
Practica

1. Marca con un ☒ aquellos cuerpos geométricos que son prismas. [Clasificar](#)

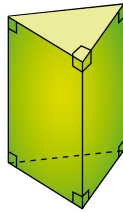


2. Escribe el nombre de cada prisma, según el polígono de su base. [Clasificar](#)

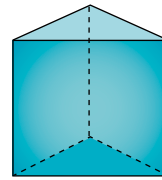
a.



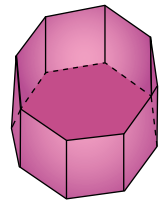
b.



c.

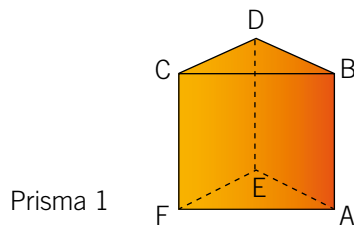


d.

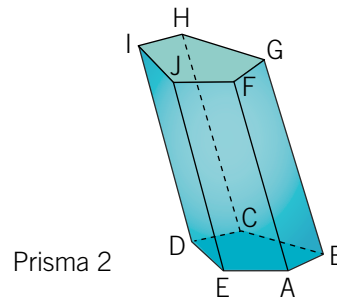


3. Lee y luego responde. [Analizar](#)

En una construcción se utilizarán diferentes estructuras que se pueden representar con los cuerpos geométricos que se muestran a continuación:



Prisma 1



Prisma 2

a. Escribe la cara que corresponde a la base del prisma 1. ► _____

b. Escribe las caras laterales del prisma 2.

c. De acuerdo a las bases, escribe la clasificación de cada prisma.

Prisma 1 ► _____

Prisma 2 ► _____

Paralelepípedos

Observa y responde

Las torres Kio, en Madrid, son los primeros rascacielos inclinados del mundo. Alcanzan una altura de 114 metros y su inclinación es de 15° respecto de la línea vertical.



Fuente: www.arquigrafico.com
Recuperado el 20 de agosto de 2012.

- ¿A qué tipo de cuerpo geométrico se asemejan las torres?

- ¿Qué polígono se asemeja a sus caras basales? _____
- Marca con un ☒ el nombre del polígono que se relaciona con las caras laterales.
☐ Rectángulo ☐ Rombo ☐ Cuadrado ☐ Romboide
- Completa la siguiente tabla con la cantidad de vértices, aristas, caras laterales y caras basales que tendría el cuerpo geométrico que se relaciona con cada edificio de la imagen.

	Cantidad de aristas	Cantidad de caras laterales	Cantidad de caras basales
Cuerpo geométrico			

Aprende

Un **paralelepípedo** es un prisma limitado por seis paralelógramos, paralelos dos a dos. Sus caras opuestas tienen igual forma y tamaño.

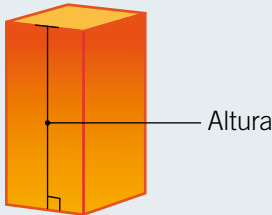
Si las caras son rectángulos o cuadrados, es un **paralelepípedo recto**; mientras que si sus caras son rombos o romboides, es un **paralelepípedo oblicuo**. Un caso particular es el **cubo**, porque tanto sus caras basales como sus caras laterales son cuadrados.

La **altura** de un paralelepípedo corresponde al segmento perpendicular a sus caras basales que se puede trazar desde una de sus bases a la otra. En el caso de los paralelepípedos rectos, la medida de la altura coincide con la longitud de una de las aristas laterales.

Paralelepípedo oblicuo



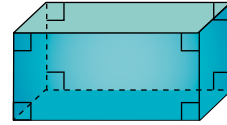
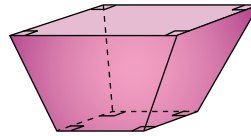
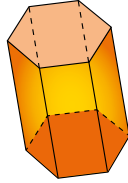
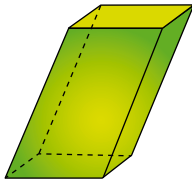
Paralelepípedo recto





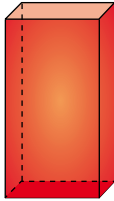
Practica

1. Encierra los cuerpos geométricos que son paralelepípedos. **Clasificar**

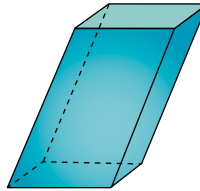


2. Utilizando una escuadra, traza la altura en los siguientes paralelepípedos. **Aplicar**

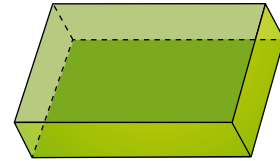
a.



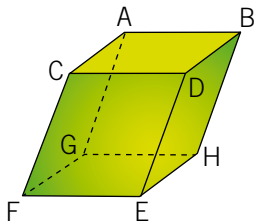
b.



c.



3. Observa la siguiente imagen. Luego, escribe una **V** si la afirmación es verdadera o una **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. **Verificar**



a. ☐ El paralelogramo CFGA es una base del paralelepípedo.

Justificación: _____

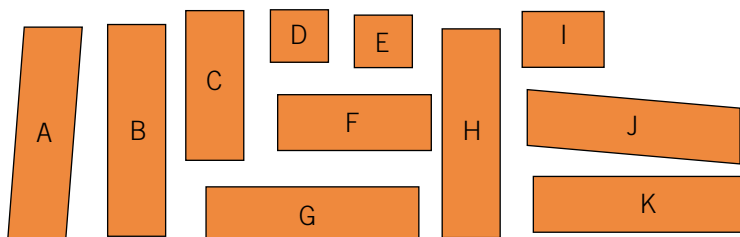
b. ☐ La medida de la altura del paralelepípedo coincide con la longitud de la arista AC.

Justificación: _____

c. ☐ Las caras basales de este paralelepípedo son cuadradas, ya que es un cubo.

Justificación: _____

4. Determina con cuáles de los siguientes polígonos es posible formar un paralelepípedo recto. Escribe las letras correspondientes. **Analizar**



Conectad@s

Ingresa a:

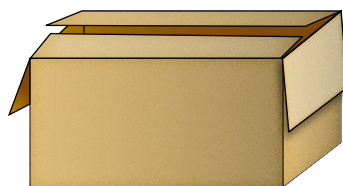
www.casadelsaber.cl/mat/606

y encontrarás una actividad para complementar este contenido.

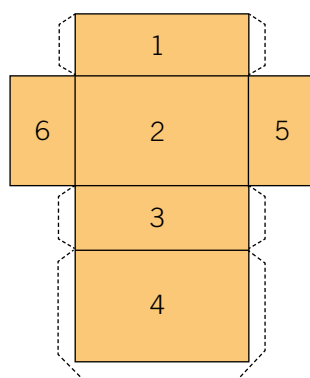
Redes de construcción de un paralelepípedo

Observa y responde

Para realizar un proyecto escolar, Gonzalo necesita construir una caja de cartón parecida a la de la imagen.



Antes de recortarlo, dibujó sobre un cartón el siguiente diseño.

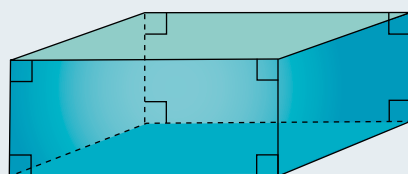


- Con este diseño, ¿Gonzalo puede construir la caja?, ¿por qué?
- ¿Qué forma tienen las figuras numeradas que componen el diseño?
- ¿Qué pares de figuras tienen igual forma y tamaño entre sí? Escríbelas.

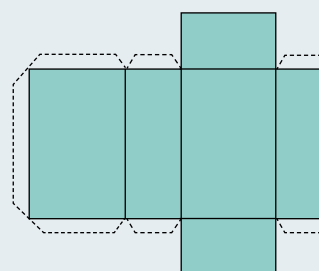
Aprende

Distintos cuerpos geométricos (figura 3D), y en particular los paralelepípedos, se pueden construir a partir de dibujos en el plano (figuras 2D), denominados **redes de construcción de cuerpos geométricos**.

Existen diferentes redes de construcción que permiten formar un mismo paralelepípedo.



Prisma

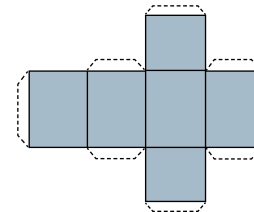
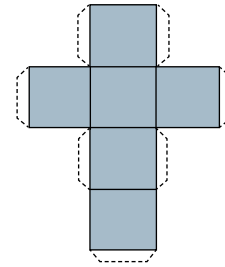
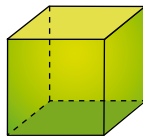
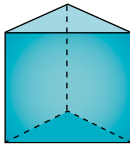
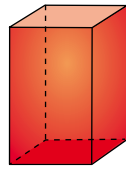


Red de construcción



Practica

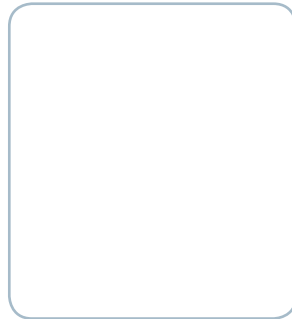
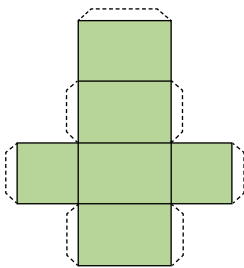
1. Une cada cuerpo geométrico con su red de construcción. **Relacionar**



2. Analiza cada red de construcción y dibuja en cada caso el paralelepípedo que se puede construir con ellas. **Analizar**

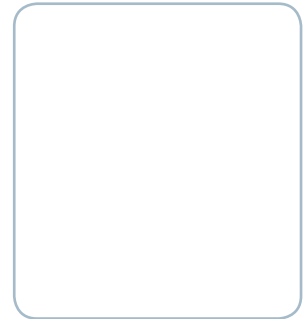
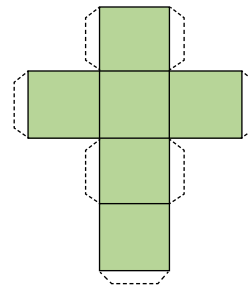
a. Red de construcción

Paralelepípedo



b. Red de construcción

Paralelepípedo



Ponte a prueba

• Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica tu respuesta.

a. ☐ Todos los prismas tienen una cara basal cuadrada.

Justificación: _____

b. ☐ Las caras laterales de un paralelepípedo son paralelogramos.

Justificación: _____

Unidades de superficie

Observa y responde

Para hacer un regalo a su amiga, Fernanda desea pegar mosaicos cuadrados de 1 cm^2 de superficie, en una bandeja como la que se muestra en la figura.

- ¿Cuál es la medida del largo de la bandeja?

► _____

- Remarca el número que corresponde a la cantidad de mosaicos necesarios para cubrir el contorno de la bandeja.

12 50 60 120 220

- ¿Cuál es la medida del ancho de la bandeja? ► _____
- Marca con un ✓ el número que corresponde a la cantidad de mosaicos necesarios para cubrir la base de la bandeja.

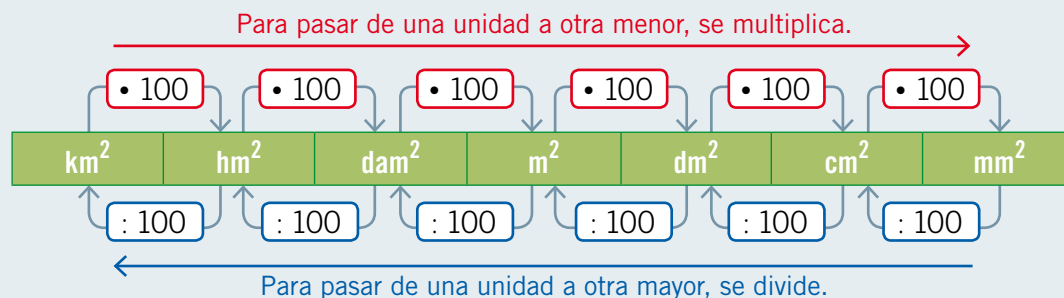
☐ 10 ☐ 50 ☐ 60 ☐ 120 ☐ 220

- ¿Cuántos mosaicos de 1 mm^2 necesitará para cubrir la bandeja completa? ► _____



Aprende

La unidad básica para medir superficies es el **metro cuadrado (m^2)**.



Ejemplos:

- 2 km^2 equivalen a 2.000.000 m^2 .
- 800 cm^2 equivalen a 8 dm^2 .
- 27 mm^2 equivalen a 0,000027 m^2 .
- 46.000 m^2 equivalen a 4,6 hm^2 .



Practica

1. Expresa las siguientes unidades de superficie según corresponda. **Aplicar**

a. 4 m^2 equivalen a _____ cm^2

e. 40.000 mm^2 equivalen a _____ dm^2

b. 50 cm^2 equivalen a _____ m^2

f. 67 km^2 equivalen a _____ m^2

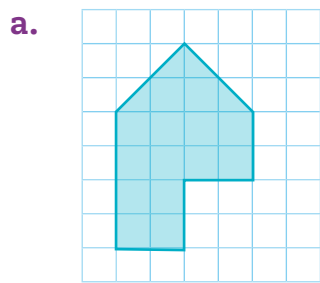
c. 8 dm^2 equivalen a _____ hm^2

g. $9.000.000 \text{ m}^2$ equivalen a _____ km^2

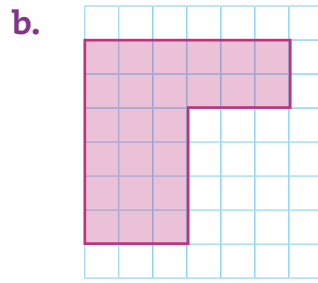
d. 1.200 cm^2 equivalen a _____ hm^2

h. 5.700 hm^2 equivalen a _____ m^2

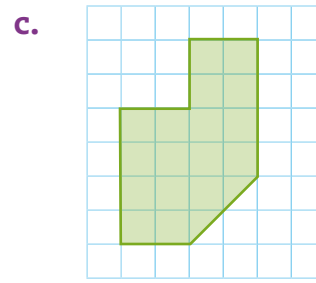
2. Calcula el área de cada figura, considerando que el área de un  es 1 cm^2 . Luego, representa el área en la unidad de superficie pedida. **Aplicar**



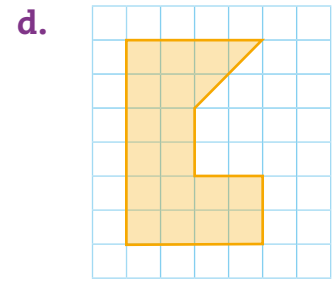
Área ► _____ cm^2



Área ► _____ cm^2



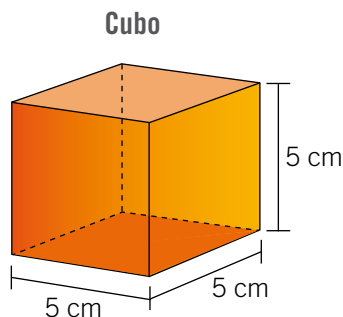
Área ► _____ cm^2



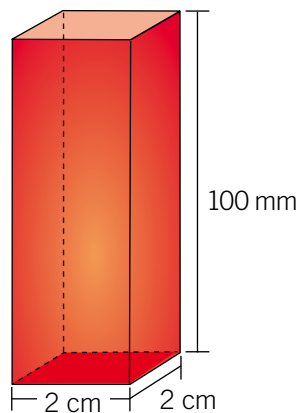
Área ► _____ cm^2

3. Resuelve el siguiente problema. **Analizar**

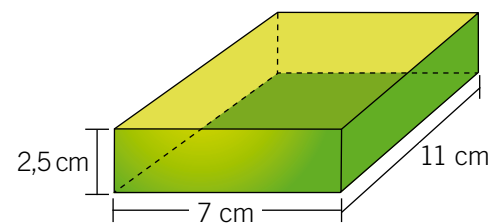
Se quiere cubrir con cuadrados de 1 cm de lado las caras de los siguientes paralelepípedos. ¿Cuántos cuadrados se necesitarán en cada caso?



Prisma de base cuadrada



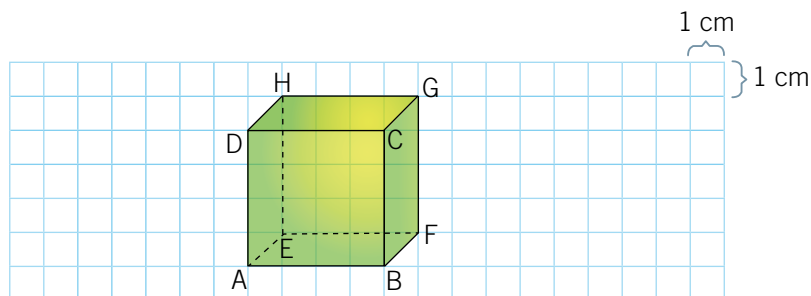
Prisma de base rectangular



Área de un cubo

Observa y responde

En la cuadrícula se ha representado un cubo.



- ¿Cuántos  de igual tamaño contiene el cuadrado ABCD? ► _____
- ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD? ► _____
- ¿Cómo podrías calcular el área total del cubo? Explica.

- Completa con las siguientes palabras.

cuatro

seis

cubo

cara

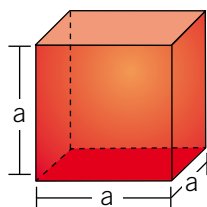
multiplicar

sumar

Para calcular el área total de un _____ es necesario calcular el área de una _____
y luego _____ este resultado por _____.

Aprende

El **área de un poliedro** corresponde a la suma de las áreas de sus caras. En el caso del **cubo**, se puede calcular el área total utilizando lo siguiente:



El área de una cara es: $a \cdot a = a^2$.

Luego, el área total del cubo es:

$$A_T = 6 \cdot a \cdot a = 6a^2$$

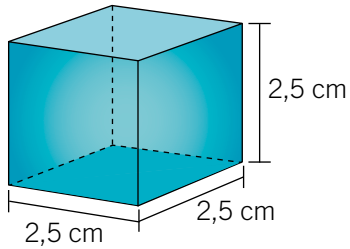
Donde A_T representa el área total y a , la medida de la arista.



Practica

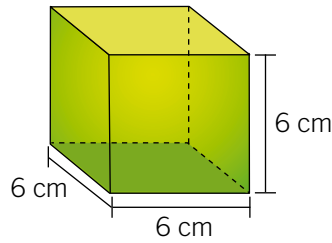
1. Calcula el área total (A_T) de los siguientes cubos. **Aplicar**

a.



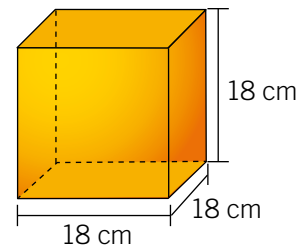
$$A_T = \boxed{}$$

b.



$$A_T = \boxed{}$$

c.



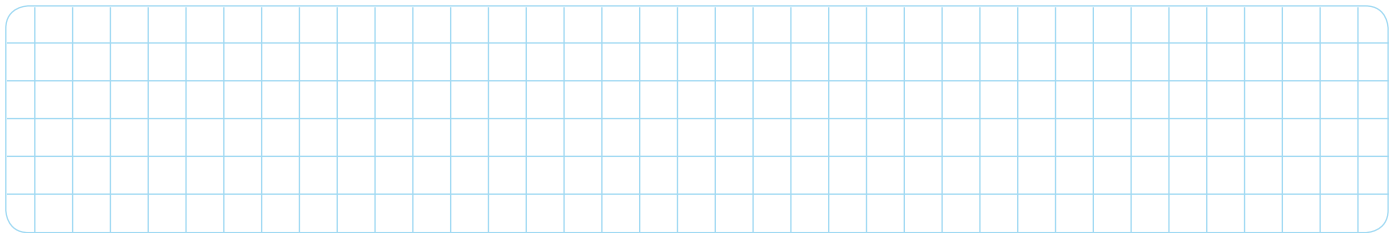
$$A_T = \boxed{}$$

2. Completa la siguiente tabla. **Comprender**

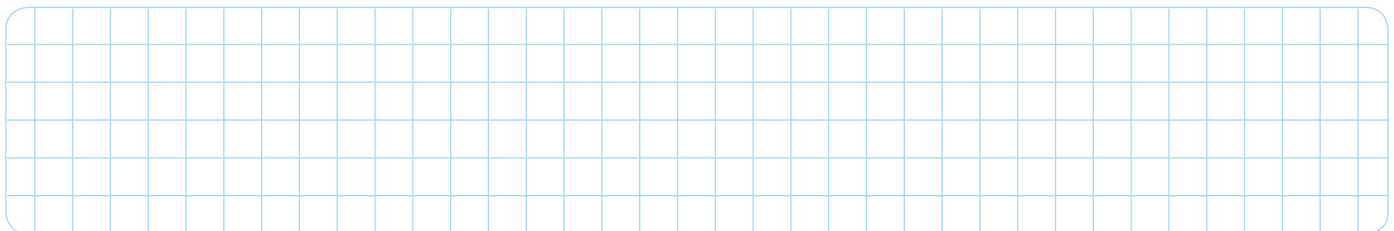
Medida de la arista (a)	Área de una cara ($a \cdot a = a^2$)	Área total ($A_T = 6 \cdot a \cdot a = 6a^2$)
		24 cm^2
	9 mm^2	
10 m		
	$0,25 \text{ cm}^2$	
		600 mm^2

3. Resuelve los siguientes problemas. **Analizar**

a. María quiere construir una caja cuadrada, sin tapa, que tenga una arista que mida 5 cm. Si cuenta con una cartulina de 130 cm^2 , ¿podrá construirla? Justifica.



b. ¿Cuánto papel, como mínimo, es necesario para forrar una caja cúbica que tiene una arista de 12 cm?

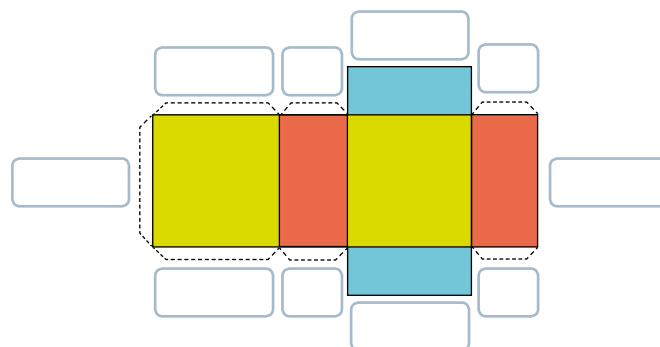
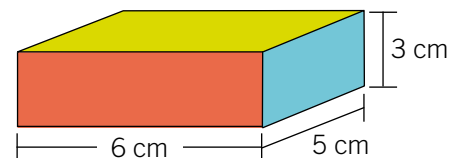


Área de un paralelepípedo

Observa y responde

Considera el siguiente paralelepípedo.

En este caso, las caras opuestas están pintadas de igual color. Por lo tanto, la red de construcción asociada se puede representar de la siguiente manera:

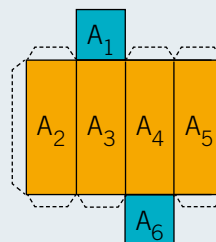
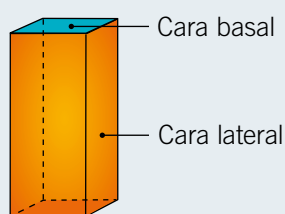


- Completa con las medidas que faltan.
- Calcula el área de cada cara y completa. Recuerda incluir la unidad de medida correspondiente.
 - ▶ Cara de color verde: _____
 - ▶ Cara de color azul: _____
 - ▶ Cara de color rojo: _____
- ¿Cuál es el área total del paralelepípedo? Explica cómo la calculaste.

Aprende

Para calcular el **área de un paralelepípedo** se puede utilizar su red de construcción.

Paralelepípedo



Red de construcción

- El **área lateral (A_L)** es la suma de las áreas de todas las caras laterales del paralelepípedo.

$$A_L = A_2 + A_3 + A_4 + A_5$$
- El **área total (A_T)** del paralelepípedo es la suma del área lateral y el área de las bases.

$$A_T = A_1 + A_6 + A_L$$

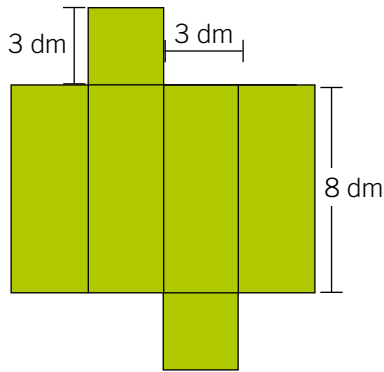


Practica

1. Calcula el área lateral (A_L) y el área total (A_T) de las siguientes redes de prismas rectos. [Aplicar](#)

a.

Paralelepípedo
de base cuadrada

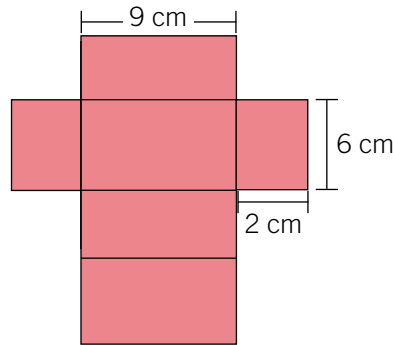


$$A_L = \text{[]}$$

$$A_T = \text{[]}$$

b.

Paralelepípedo
de base rectangular

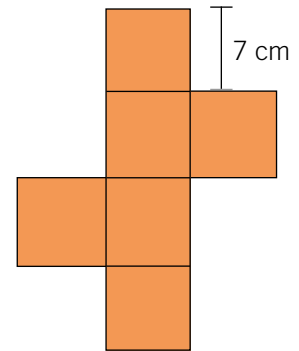


$$A_L = \text{[]}$$

$$A_T = \text{[]}$$

c.

Cubo

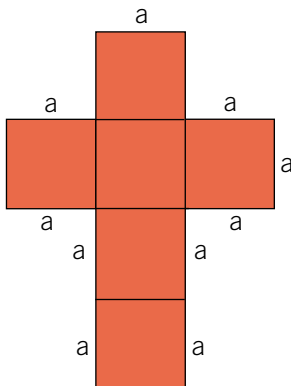


$$A_L = \text{[]}$$

$$A_T = \text{[]}$$

2. Observa cada red de construcción. Luego, escribe una fórmula que te permita calcular el área lateral (A_L) y el área total (A_T), en cada caso. [Analizar](#)

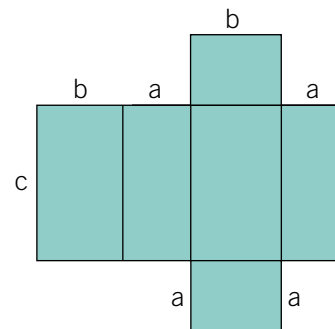
a.



$$A_L = \text{[]}$$

$$A_T = \text{[]}$$

b.



$$A_L = \text{[]}$$

$$A_T = \text{[]}$$

- A partir de los resultados detenidos, ¿es posible generalizar los cálculos del área en ambos cuerpos? Explica.

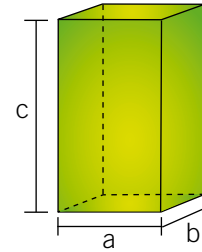
► _____



6. Lee la siguiente información. Luego, responde. *Analizar*

Si las medidas de las aristas de un paralelepípedo (cuyas caras son rectángulos) son a , b y c , entonces se puede afirmar que su área total A_T está determinada por:

$$A_T = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

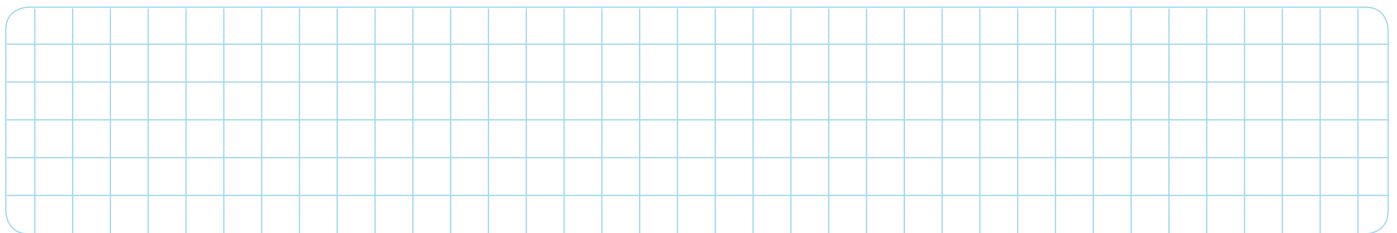


a. ¿Qué significan los productos $a \cdot b$, $a \cdot c$, y $b \cdot c$ en la fórmula?

b. ¿Por qué se multiplica por 2?

c. Explica con tus palabras el significado de la fórmula escrita en la afirmación.

d. Comprueba si es verdadera la afirmación, construyendo un paralelepípedo y calculando su área total de las dos maneras.

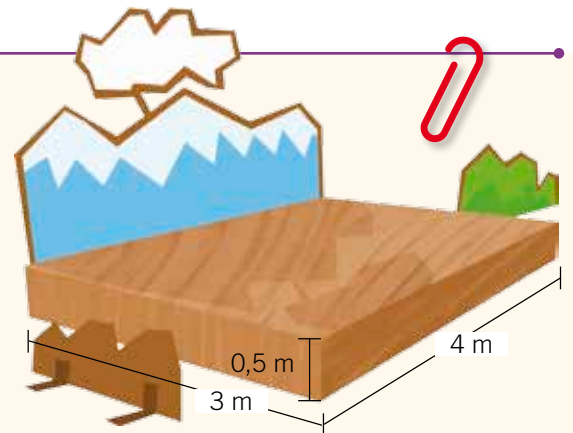


Ponte a prueba

Lee la siguiente situación. Luego, responde.

Se necesita tapizar el escenario de un grupo teatral como el que se muestra en la imagen, de modo que las partes visibles para los espectadores queden completamente cubiertas.

- ¿Cuántos metros cuadrados de tapiz será necesario comprar como mínimo?



¿Cómo vas?

Prismas

1. Observa el prisma recto y luego completa las afirmaciones con las siguientes palabras.

pentagonal

quince

paralelas

perpendiculares

iguales

diez

prisma

puntos

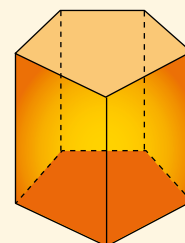
4

a. El cuerpo geométrico es un _____ de base _____.

b. Tiene _____ aristas y _____ vértices.

c. Sus caras basales son _____ e _____.

d. Sus caras laterales son _____ a las caras basales.



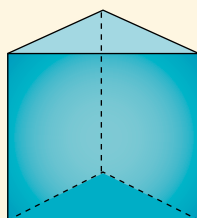
Paralelepípedos

2. ¿Cuál o cuáles de los siguientes cuerpos son paralelepípedos? Encierra sí o no, según corresponda.

puntos

3

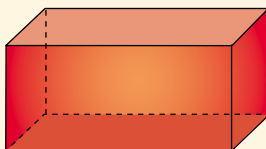
a.



Sí

No

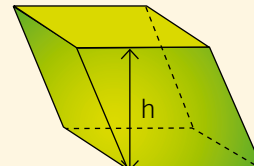
b.



Sí

No

c.



Sí

No

Redes de construcción de un paralelepípedo

3. Observa la red de construcción del paralelepípedo y verifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica en cada caso.

puntos

3

a. ☐ La red corresponde a un paralelepípedo de base cuadrada.

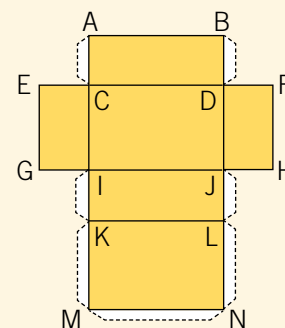
Justificación: _____

b. ☐ Al construir el cuerpo geométrico, el segmento AB será paralelo al segmento MN.

Justificación: _____

c. ☐ Al construir el cuerpo geométrico, las caras ACDB e IKLJ serán paralelas y de igual forma y tamaño.

Justificación: _____





Unidades de superficie

4. Resuelve el siguiente problema.

puntos

2

María y Francisco recibieron un terreno de herencia. María recibió 23 hm^2 del terreno y Francisco recibió 230.000 m^2 . ¿Recibieron ambos la misma superficie de terreno? Justifica.



Área de un cubo

5. Si el área total de un cubo es de 294 cm^2 , ¿cuál es el área de una de sus caras?

puntos

2

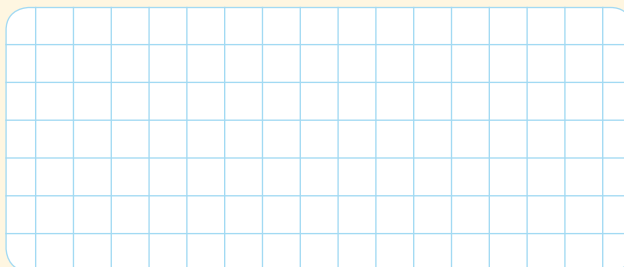
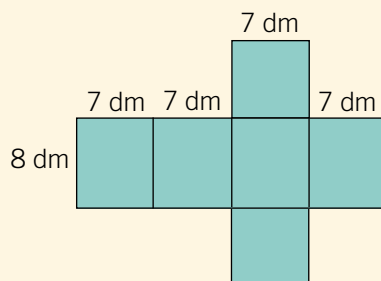


Área de un paralelepípedo

6. Calcula el área lateral y el área total del siguiente paralelepípedo.

puntos

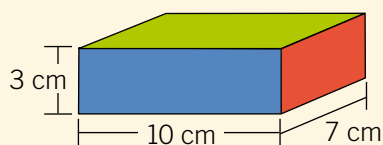
2



7. Observa la imagen y luego responde.

puntos

4



a. ¿Cuál es el área de la cara de color azul? ▶ _____

b. ¿Cuál es el área de la cara de color verde? ▶ _____

c. ¿Cuál es el área de la cara de color rojo? ▶ _____

d. ¿Cuál es el área total del paralelepípedo? ▶ _____

Unidades de medida de volumen

Observa y responde

Cada uno de los siguientes cuerpos se formó con cubos del mismo tamaño, cuyo volumen es 1 cm^3 . Observa:

- Marca con un ☒ la cantidad de cubos con la que se formó cada uno de estos cuerpos.



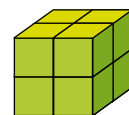
4 cubos



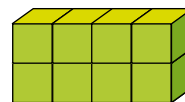
6 cubos



8 cubos



Cuerpo 1



Cuerpo 2

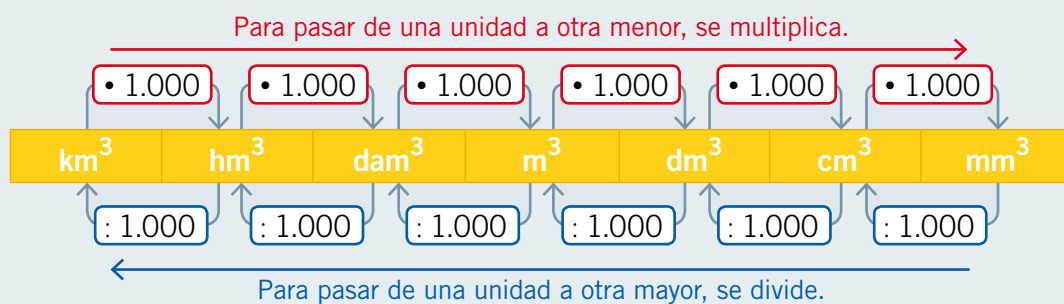


Cuerpo 3

- ¿Es correcto decir que tienen el mismo tamaño?, ¿y que ocupan el mismo espacio? Explica.
- Si se desarmen los cuerpos, ¿se puede armar con todos los cubos un paralelepípedo cuyo volumen sea 24 cm^3 ? Explica.
- ¿Cuántos cubos tendría de largo, de ancho y de alto ese paralelepípedo?

Aprende

El **volumen** es el espacio que ocupa un cuerpo. El **metro cúbico** (m^3) es la unidad básica de volumen según el Sistema Internacional de Unidades.



Ejemplos:

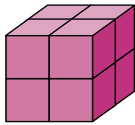
- 1 m^3 equivale a $1.000.000 \text{ cm}^3$.
- 5 cm^3 equivale a $0,000005 \text{ m}^3$.
- 1 cm^3 equivale a 1.000 mm^3 .
- 24 m^3 equivale a $24.000.000 \text{ cm}^3$.



Practica

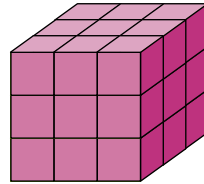
1. Calcula el volumen (V) de cada cuerpo. Para ello, considera que cada cubo tiene un volumen igual a 1 cm^3 . **Aplicar**

a.



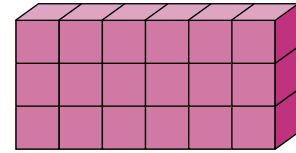
V =

b.



V =

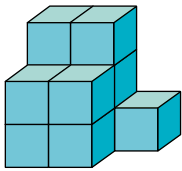
c.



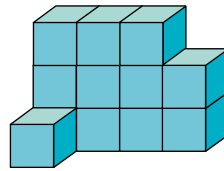
V =

2. Lee la siguiente situación. Luego, responde. **Analizar**

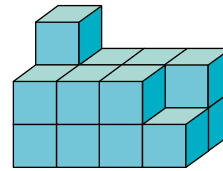
Todos los cuerpos están formados por cubos cuyo volumen es 1 cm^3 .



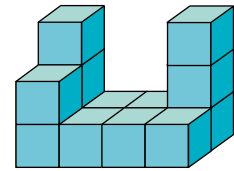
Cuerpo 1



Cuerpo 2



Cuerpo 3



Cuerpo 4

- ¿Cuál de los cuerpos tiene un volumen mayor? Explica cómo lo supiste y expresa su volumen en cm^3 .

3. Completa las siguientes equivalencias de volumen. **Aplicar**

a. $1.000 \text{ m}^3 = \text{_____} \text{ dm}^3$ d. $4 \text{ dam}^3 = \text{_____} \text{ dm}^3$

b. $23.000 \text{ mm}^3 = \text{_____} \text{ cm}^3$ e. $67 \text{ m}^3 = \text{_____} \text{ cm}^3$

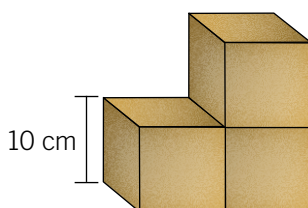
c. $8 \text{ m}^3 = \text{_____} \text{ mm}^3$ f. $450.000 \text{ cm}^3 = \text{_____} \text{ m}^3$

¿Sabías que...?

El contenido líquido de un recipiente se mide en litros. En el sistema métrico decimal, un litro (L) es la cantidad de líquido que cabe en un decímetro cúbico ($1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$).

4. Analiza la siguiente información y luego responde. **Analizar**

Si el volumen de 1 dm^3 es equivalente a 1 litro, ¿cuál de los siguientes grupos de objetos tiene mayor volumen? Enciérralo.



Volumen de cubos y paralelepípedos

Lee y responde

Don Alberto coordina el transporte de productos desde una fábrica de alimentos hacia los supermercados. Hoy se deben despachar 100 cajas de 60 cm de ancho, 80 cm de largo y 50 cm de alto cada una.

- ¿Cómo puede saber don Alberto qué capacidad necesita para ese despacho? Explica.



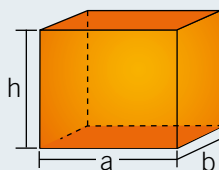
Considera que se pueden poner cubos de 1 cm^3 en cada caja.

- ¿Cuántos cubos caben en el fondo de cada una? _____
- ¿Con cuántos “pisos de esos cubitos” se llenaría cada caja? _____
- ¿Cuál sería el volumen de cada caja, expresado en cm^3 ? _____

Aprende

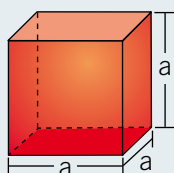
El **volumen (V)** de un **paralelepípedo recto** se puede calcular multiplicando el área de la base por la medida de la altura (h).

$$V = A_B \cdot h = a \cdot b \cdot h$$



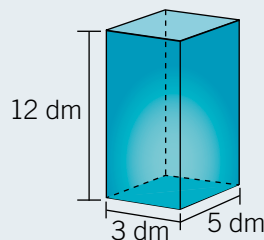
Para calcular el **volumen de un cubo** cuya arista mide **a**, se tiene:

$$V = a \cdot a \cdot a$$

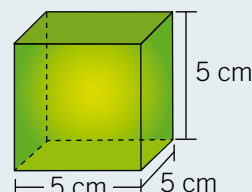


Ejemplos:

- Un paralelepípedo de base rectangular con dimensiones de 3 dm y 5 dm, respectivamente, y 12 dm de altura, tiene un volumen (V) que se puede calcular como: $V = (3 \cdot 5 \cdot 12) \text{ dm}^3 = 180 \text{ dm}^3$.



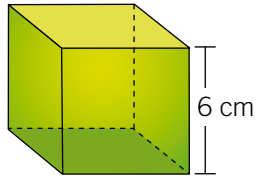
- En un cubo de arista 5 cm. Como las medidas de la base y de la altura son iguales, su volumen es: $V = (5 \cdot 5 \cdot 5) \text{ cm}^3 = 125 \text{ cm}^3$.



Practica

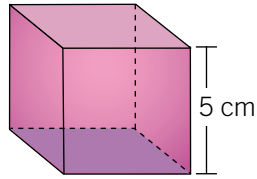
1. Calcula el volumen (V) de los siguientes cubos. [Aplicar](#)

a.

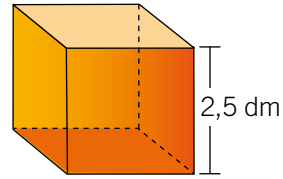


$V =$

b.

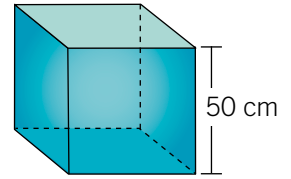
 $V =$

C.



V =

d.



$V =$

2. Calcula y responde. Analizar

a. Completa la tabla con el área total y el volumen de cada cubo.

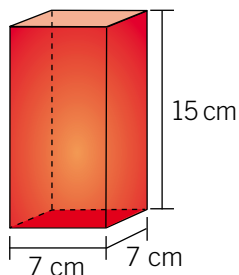
Medida de la arista (cm)	1	2	3	4	5	6	7
Área total (cm ²)							
Volumen (cm ³)							

b. Determina una regla general para el área total de cualquier cubo en la secuencia.

c. ¿Cuál es el área total del décimo cubo?, ¿y su volumen?

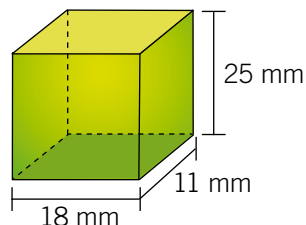
3. Calcula el volumen (V) de los siguientes paralelepípedos. *Aplicar*

a.



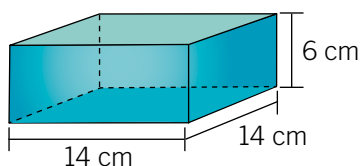
$$V = \boxed{}$$

d.



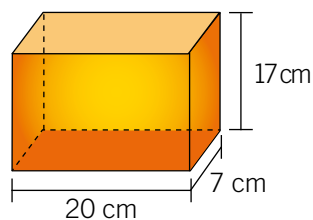
$$V = \boxed{}$$

b.



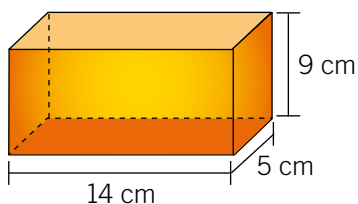
$$V = \boxed{}$$

e.



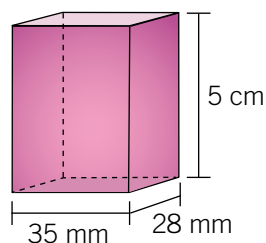
$$V = \boxed{}$$

c.



$$V = \boxed{}$$

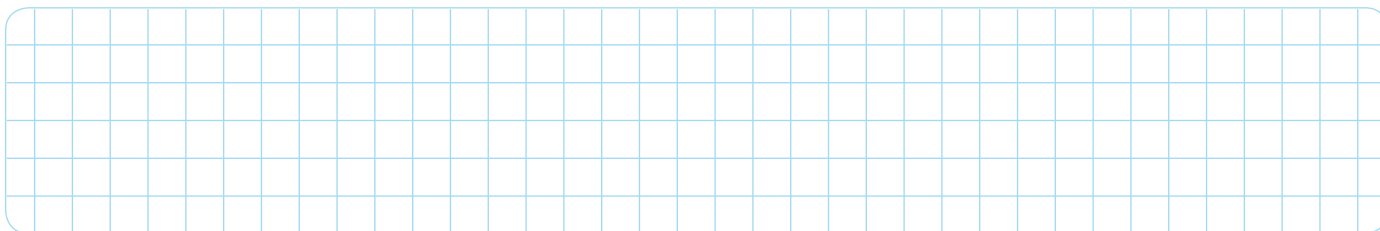
f.



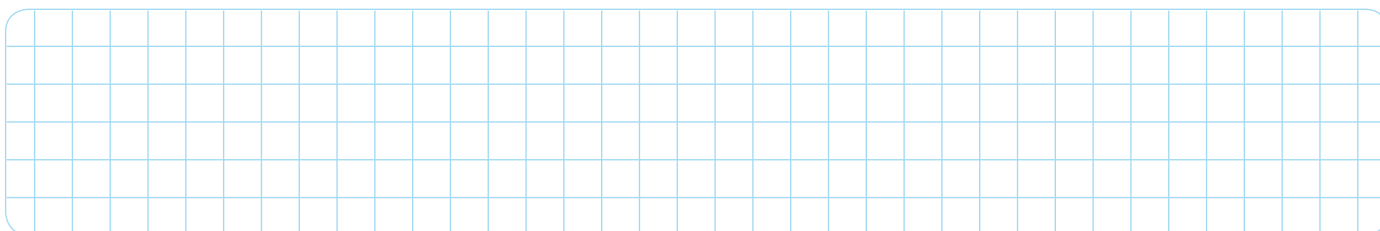
$$V = \boxed{}$$

4. Resuelve los siguientes problemas. *Aplicar*

a. Si la arista de un cubo mide 13 mm, ¿cuál es su volumen?

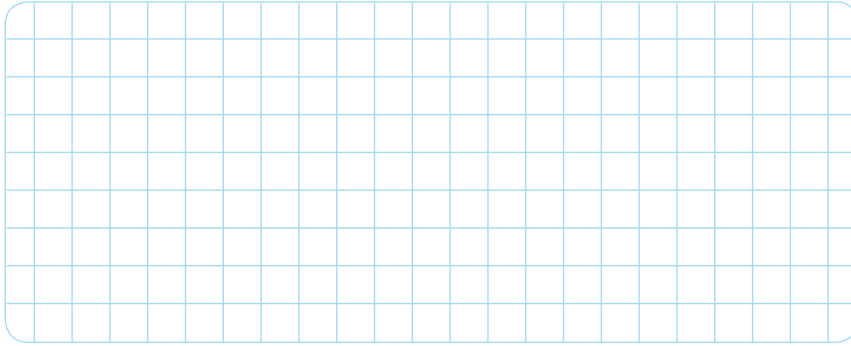


b. Si se forma una torre con 3 cubos pequeños iguales, cuya arista mide 3 cm, ¿cuál es su volumen?





- c. Las medidas de las aristas de un paralelepípedo son 0,3 dm, 3 cm y 7 cm. ¿Cuál es su volumen?

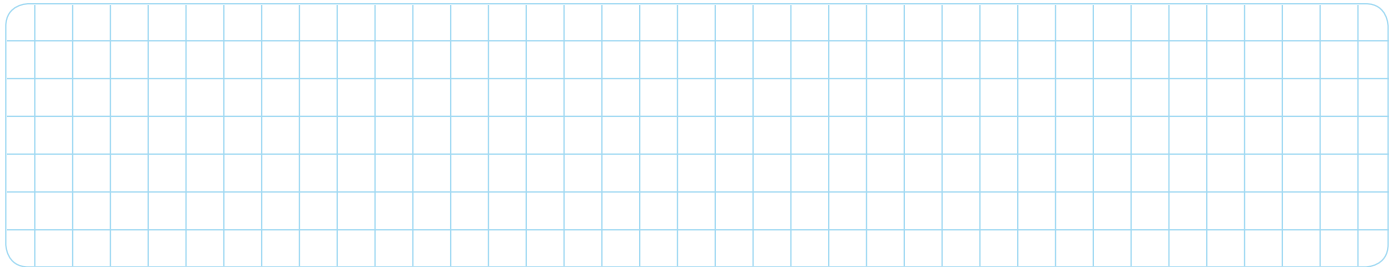


Educando en valores

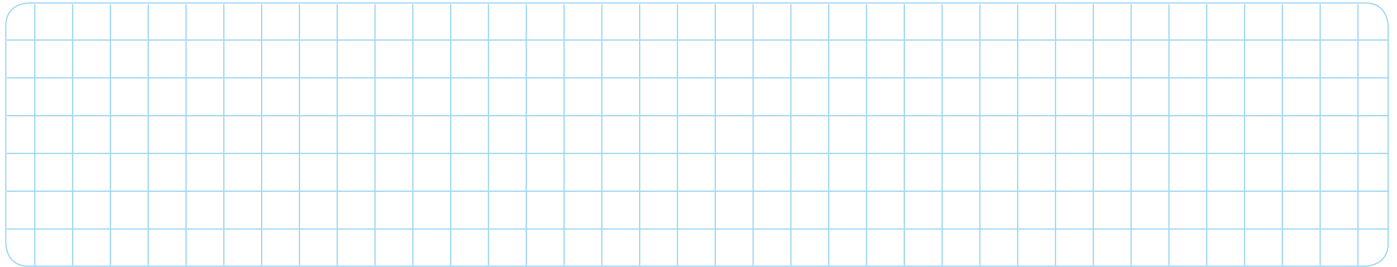
No olvides dejar la llave cerrada
y no malgastar
el agua.



- d. ¿Cuál es la capacidad máxima de una piscina rectangular de 3 m de ancho, 5 m de largo y 1,6 metros de profundidad?

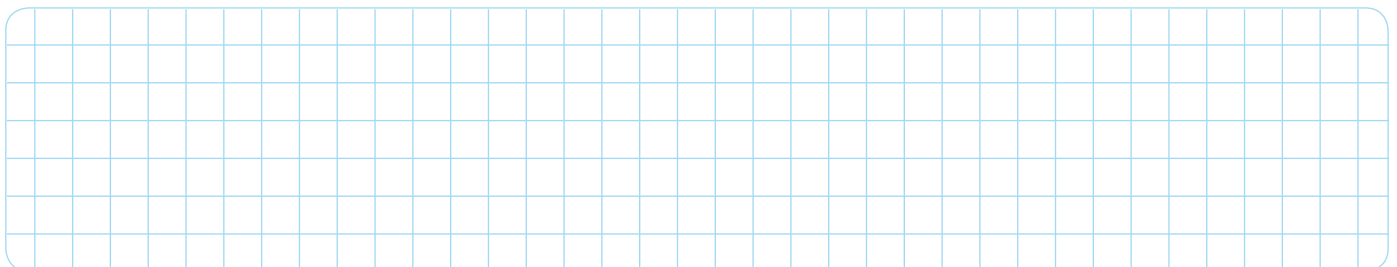


- e. Se necesita envasar 5 litros de jugo en un recipiente con forma de paralelepípedo recto de base cuadrada que tiene las siguientes medidas: 5 cm, 5 cm y 10 cm. ¿Cuántos recipientes se ocuparán para envasar todo el jugo?



- f. Una tina con forma de paralelepípedo recto tiene 150 cm de largo, 60 cm de ancho y 50 cm de alto.

- ¿Cuántos litros de agua caben en la tina?
- Si disminuye a la mitad cada medida, ¿cuál es el volumen?



Variación de medidas en aristas de un cubo

Observa y responde

Considera la siguiente secuencia de figuras formada por cubos.

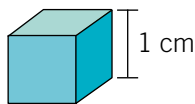


Figura 1

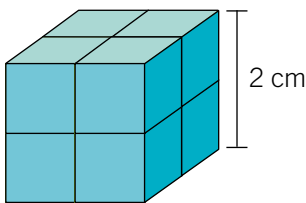


Figura 2

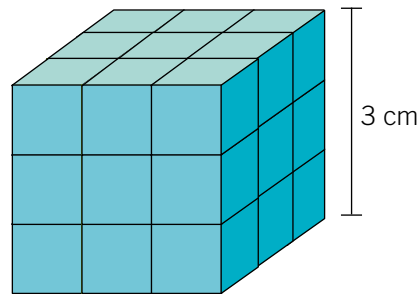


Figura 3

- ¿Cuál es el volumen (V) de las figuras 1, 2 y 3?

V(figura 1) = _____

V(figura 2) = _____

V(figura 3) = _____

- Si la secuencia continúa con el mismo patrón, ¿cuál sería la medida de la arista de la figura 4?

- ¿Cuál es el volumen de la figura 4? ► _____

- Completa la tabla.

Figuras	Volumen (cm ³)	Figuras	Volumen (cm ³)	Razón
Figura 1	1	Figura 2	8	1 : 8
Figura 2		Figura 3		
Figura 3		Figura 4		

Aprende

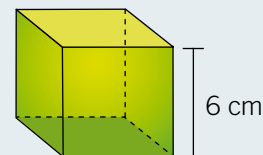
Al **variar la medida** de la arista de un cubo, el volumen también varía.

En general, si la medida de la arista aumenta “a veces”, su volumen aumenta “a³ veces”.

Ejemplo: si la medida de la arista se duplica, su volumen aumenta 8 veces.



$$V = 3^3 \text{ cm}^3 = 27 \text{ cm}^3$$



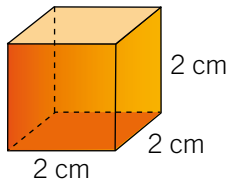
$$V = 6^3 \text{ cm}^3 = 216 \text{ cm}^3$$

- Ambos volúmenes están en la razón 1 : 8.



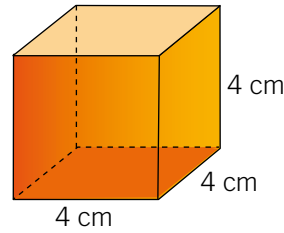
Practica

1. Observa los siguientes cubos. **Aplicar**



Cubo 1

Todas las aristas
aumentan al doble

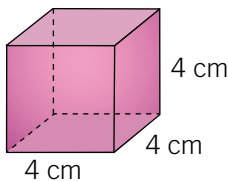


Cubo 2

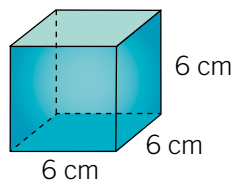
Todas las aristas
se triplican ...

- ¿Cuál es el volumen del cubo 1? ▶ _____
- ¿Cuál es el volumen del cubo 2? ▶ _____
- ¿Cuál sería el volumen del cubo 3? ▶ _____

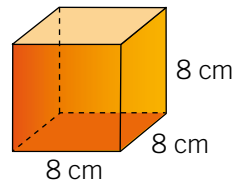
2. Observa los cubos. Luego, escribe **V** si es verdadero o **F**, si es falso. Justifica en cada caso. **Evaluar**



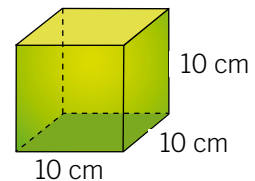
Cubo 1



Cubo 2



Cubo 3



Cubo 4

- ☐ El volumen del cubo 1 corresponde a la octava parte del cubo 3.
Justificación: _____
- ☐ Al duplicar las medidas de todas las aristas del cubo 2, se obtiene el mismo volumen del cubo 4.
Justificación: _____
- ☐ El volumen del cubo 2 corresponde a la mitad del volumen del cubo 4.
Justificación: _____

Ponte a prueba

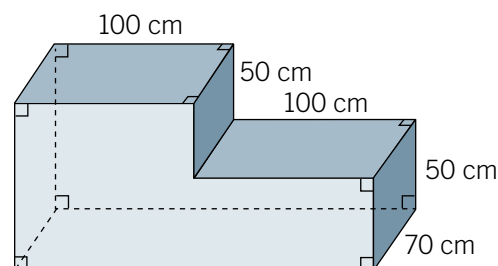
En una industria se fabrican dos tipos de contenedores. El contenedor tipo A tiene forma cúbica y su arista mide 2 m, y el contenedor tipo B tiene forma de paralelepípedo recto de aristas 2 m, 3 m y 0,5 m. ¿Cuál de los dos tipos de contenedores tiene mayor capacidad? Explica.



Resolución de problemas

Observa la resolución del siguiente problema

Un escultor está diseñando la base para una escultura que donará a su ciudad natal. El soporte se compone de un bloque de hormigón, tal como se muestra en la figura. ¿Cuántos metros cúbicos de hormigón requiere el escultor para construir la base de la escultura?



PASO 1

Explica con tus palabras la pregunta del problema.

Se pregunta por la cantidad de hormigón necesario para construir el soporte de la escultura, que se relaciona con el volumen del soporte.

PASO 2

Identifica los datos importantes.

- Las medidas de las aristas de los paralelepípedos que componen la base de la escultura.
- Con los datos anteriores se puede deducir que su altura es 100 cm.

PASO 3

Calcula y escribe la solución.

La base de la escultura se descompone en dos paralelepípedos. Se calculará el volumen de cada uno por separado y luego se sumarán dichas medidas.

$$V_1 \blacktriangleright (70 \cdot 50 \cdot 100) \text{ cm}^3 = 350.000 \text{ cm}^3$$

$$V_2 \blacktriangleright (100 \cdot 70 \cdot 100) \text{ cm}^3 = 700.000 \text{ cm}^3$$

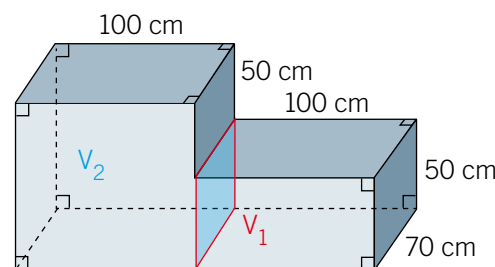
El volumen de la base de la escultura es:

$$(350.000 + 700.000) \text{ cm}^3 = 1.050.000 \text{ cm}^3$$

Al expresar lo anterior en metros cúbicos, se tiene:

$$1.050.000 \text{ cm}^3 : 1.000 \blacktriangleright 1.050 \text{ dm}^3 : 1.000 \blacktriangleright \mathbf{1,05 \text{ m}^3}$$

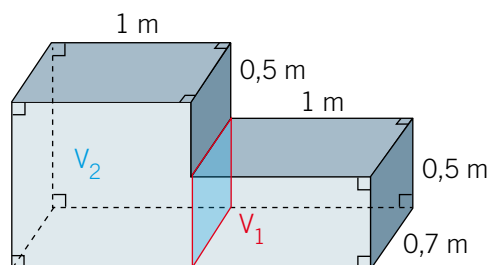
Por lo tanto, se necesita $1,05 \text{ m}^3$ de hormigón para construir la base de la escultura.



PASO 4

Revisa la solución.

Antes de determinar el volumen, se expresa cada arista en metros para luego calcular.

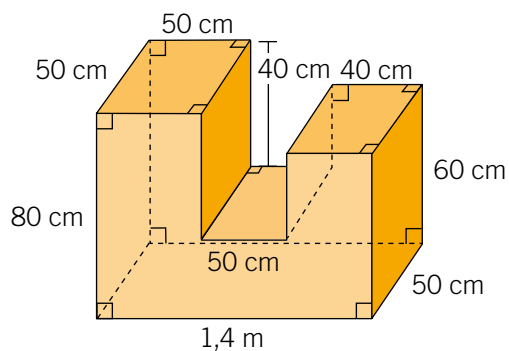


$$V_1 \blacktriangleright (0,7 \cdot 0,5 \cdot 1) \text{ m}^3 = 0,35 \text{ m}^3$$

$$V_2 \blacktriangleright (1 \cdot 0,7 \cdot 1) \text{ m}^3 = 0,7 \text{ m}^3$$

La suma de estas medidas indica que se necesita $1,05 \text{ m}^3$ de hormigón.

Para instalar otra escultura, se requiere construir una base nuevamente solo con paralelepípedos. ¿Cuál será el volumen expresado en metros cúbicos de dicha base?



Explica con tus palabras la pregunta del problema.

Identifica los datos importantes.

Calcula y escribe la solución.

Revisa la solución.

Competencias para la vida

La **geometría** me ayuda a representar distintos elementos del entorno con cuerpos geométricos.

Aunque la natación ha sido una actividad de relajamiento y diversión, actualmente es considerada un deporte de alto nivel competitivo. Para fomentar este deporte profesionalmente se crearon las piscinas olímpicas y semiolímpicas.

Competencia matemática

Responde, según la información entregada.

- Remarca la opción que corresponde al volumen de la piscina.

2.500 m²

2.500 m³

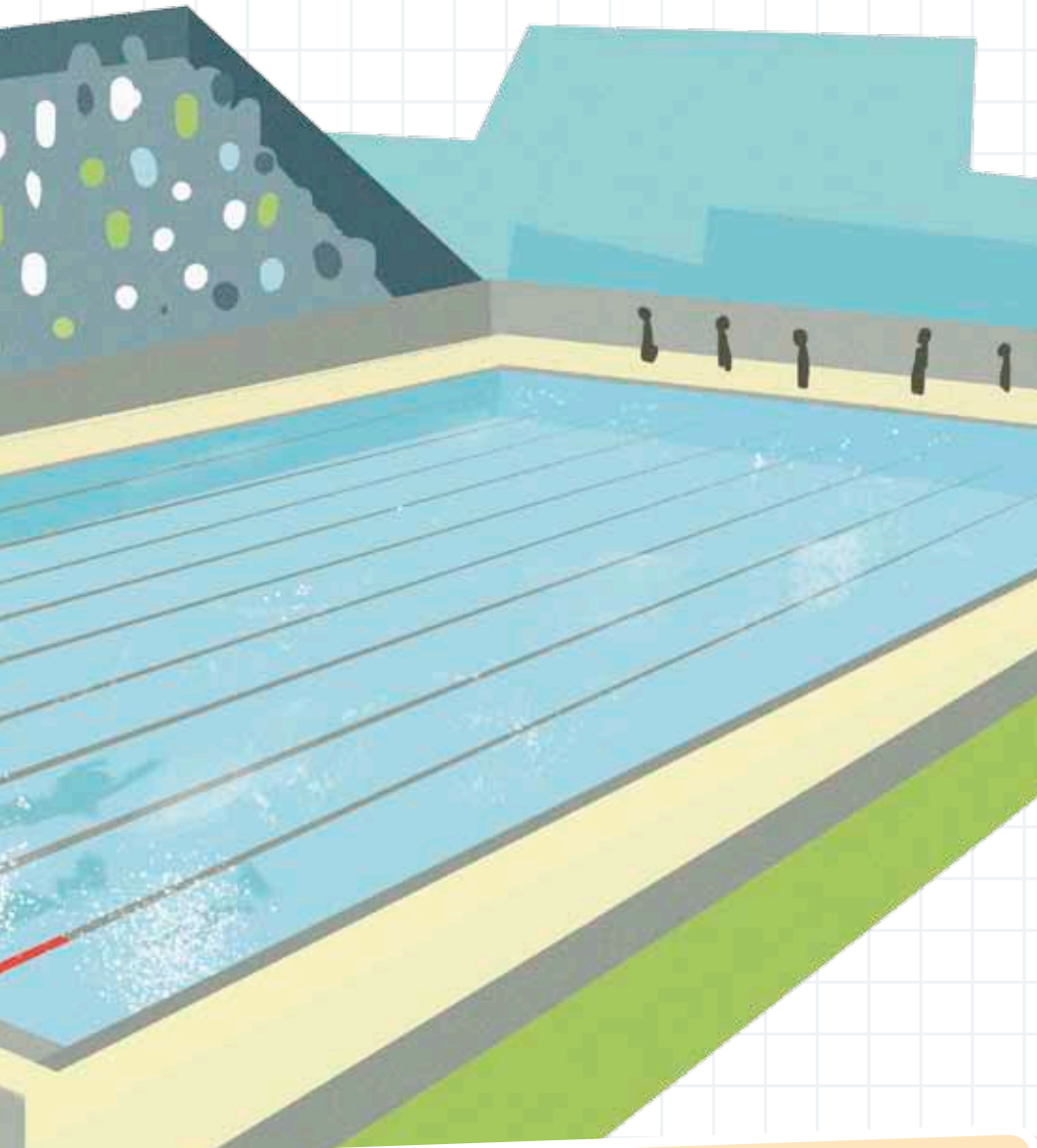
1.250 m³

- Marca con un ✓ la expresión que correspondería al volumen de la piscina si se aumentan al doble sus dimensiones.

☐ 20.000 m³

☐ 25.000 m³

☐ 5.000 m³



La piscina olímpica se originó en el Reino Unido a fines del siglo XVIII. La National Swimming Society, fundada en Londres en 1837, fue la primera institución que organizó competencias en ella. Las piscinas olímpicas pueden estar cubiertas o al aire libre y deben tener las siguientes dimensiones: 50 m de largo y 25 m de ancho. Además, su profundidad mínima debe ser de 2 m.

Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico

Reflexiona y comenta.

- ¿Qué otro deporte de alto rendimiento conoces?
- ¿Qué deportes practicas regularmente?
- ¿Para qué se crearon las piscinas olímpicas y semiolímpicas?
- ¿Quién organizó las primeras competencias en este tipo de piscinas?



Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

1. En la construcción de una casa se utilizará una puerta como la que se muestra en la imagen. ¿Cuál es el volumen de la puerta?

- ☐ A. $79,9 \text{ m}^3$
- ☐ B. $427,5 \text{ m}^3$
- ☐ C. $0,4275 \text{ m}^3$
- ☐ D. $0,04275 \text{ m}^3$

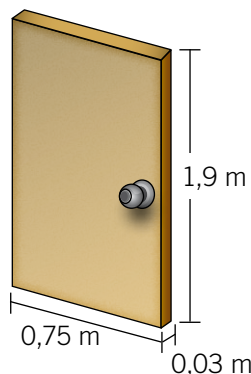


Análisis de las alternativas

- A.** En esta alternativa, se confunde el cálculo del volumen, sumando todas las medidas, y no se pone atención en la unidad de volumen, es decir: $75 + 3 + 1,9 = 79,9 \text{ m}^3$.
- B.** En este caso, se multiplican todas las medidas de las aristas para calcular el volumen, sin tener en cuenta en la unidad de medida. Finalmente, se obtiene lo siguiente: $(1,9 \cdot 3 \cdot 75) \text{ m}^3 = 427,5 \text{ m}^3$.
- C.** Al observar las alternativas, es posible deducir que la unidad de volumen es el metro cúbico, por lo que se representan todas las aristas en metros, pero 3 cm se escribe como 0,3 m. Luego, al calcular el volumen, se obtiene: $(0,75 \cdot 0,3 \cdot 1,9) \text{ m}^3 = 0,4275 \text{ m}^3$.
- D.** En esta alternativa, se representan todas las unidades de longitud de la puerta en metros, obteniendo:



Todas las unidades
en metros



Volumen ▶ $(1,9 \cdot 0,03 \cdot 0,75) \text{ m}^3$
▶ $0,04275 \text{ m}^3$

▶ Por lo tanto, la alternativa **D** es la correcta.

1. ☐ A ☐ B ☐ C ☒ D



¿Qué aprendiste?

Evaluación final

1. Escribe **V** si la afirmación es verdadera y **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

puntos

8

a. ☐ Todos los prismas son rectos.

Justificación: _____

b. ☐ Un prisma de base triangular tiene 6 vértices.

Justificación: _____

c. ☐ Las caras basales de un prisma no son paralelas.

Justificación: _____

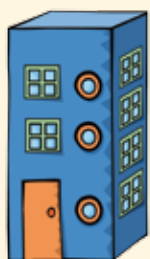
d. ☐ Cada prisma recibe el nombre de acuerdo a la figura que tenga en su base.

Justificación: _____

2. ¿Cuál o cuáles de los siguientes objetos se asemejan a un paralelepípedo? Marca con un ☒.

puntos

2

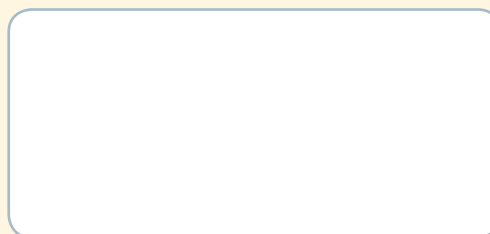
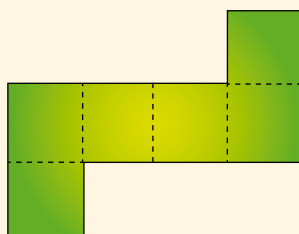


3. Dibuja el cuerpo geométrico o la red, según corresponda.

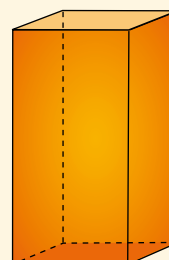
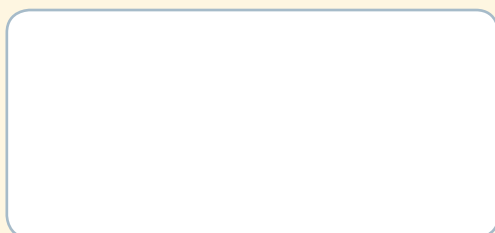
puntos

2

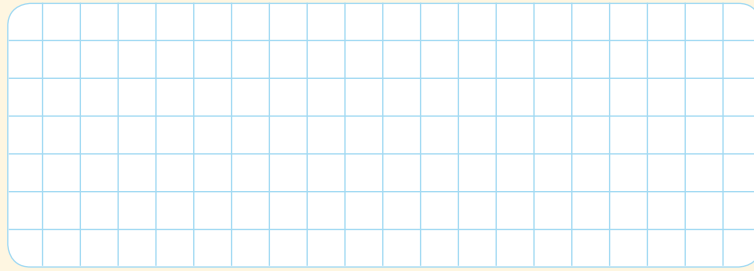
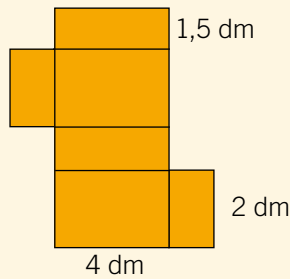
a.



b.



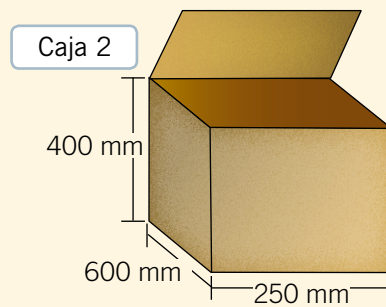
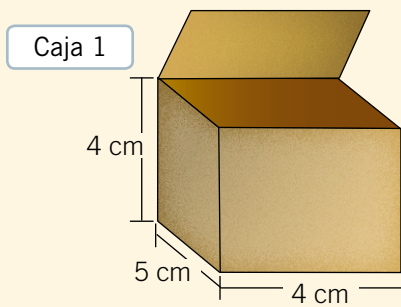
4. Calcula el área de la siguiente red.



puntos

2

5. Determina la caja que tiene un volumen mayor.



puntos

2

• La caja que tiene una mayor capacidad es: _____.

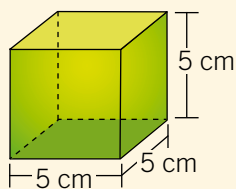
6. Completa con el área total (A_T) y el volumen (V) de cada cuerpo geométrico.

$A_T =$	$A_T =$
$V =$	$V =$

puntos

4

7. Observa el siguiente cubo y luego responde.



a. Si las aristas del cubo se duplican, ¿cuál es el volumen?

b. Si todas las aristas disminuyen 2 cm, ¿cuál será el nuevo volumen?

puntos

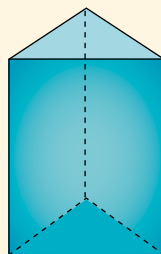
2



Marca con una **X** la alternativa correcta.

8. ¿Cómo se clasifica el poliedro que se muestra?

- ☐ A. Cilindro.
- ☐ B. Prisma de base triangular.
- ☐ C. Pirámide.
- ☐ D. Cubo.



puntos

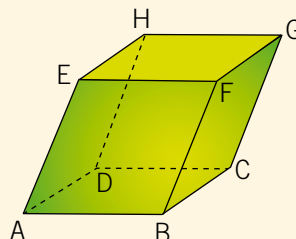
4

9. ¿Qué afirmación es **verdadera** con respecto a los prismas?

- ☐ A. Tienen solo dos aristas laterales.
- ☐ B. Tienen solo dos aristas basales.
- ☐ C. Tienen solo dos caras laterales.
- ☐ D. Tienen solo dos caras basales.

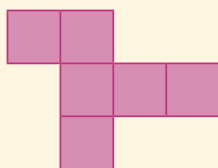
10. En relación al paralelepípedo oblicuo, ¿qué alternativa es **verdadera**?

- ☐ A. Las caras laterales son perpendiculares a las bases.
- ☐ B. No es un paralelepípedo.
- ☐ C. Las caras laterales tienen forma rectangular.
- ☐ D. Las caras basales tienen forma de paralelogramo.

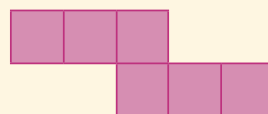


11. ¿Con cuáles de las siguientes redes **no** es posible formar un cubo?

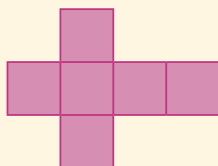
A.



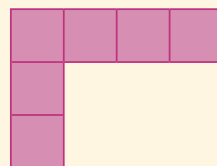
C.



B.



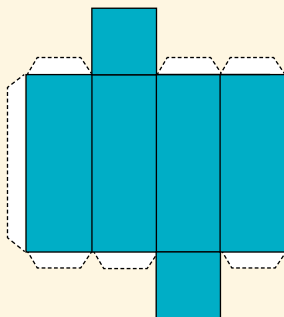
D.



12. ¿Qué cuerpo geométrico es posible construir con la siguiente red?

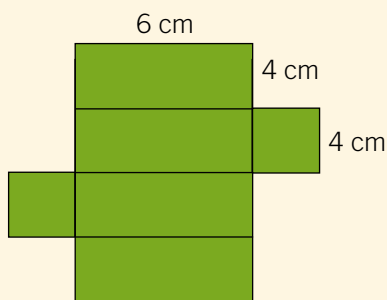
puntos

3



- ☐ A. Prisma de base hexagonal.
- ☐ B. Paralelepípedo recto.
- ☐ C. Paralelepípedo oblicuo.
- ☐ D. Cubo.

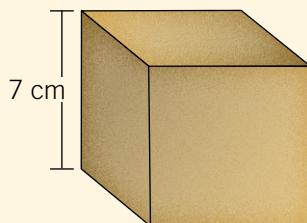
13. Observa la siguiente red de un paralelepípedo. ¿Cuál es su área total?



- ☐ A. 24 cm^2
- ☐ B. 96 cm^2
- ☐ C. 128 cm^2
- ☐ D. 144 cm^2

14. Ricardo tiene 300 cm^2 de papel para envolver la caja cúbica que aparece en la imagen. Si ocupa la mínima cantidad para envolverla, ¿cuántos centímetros cuadrados de papel le sobrarán?

- ☐ A. 6 cm^2
- ☐ B. 49 cm^2
- ☐ C. 251 cm^2
- ☐ D. 294 cm^2



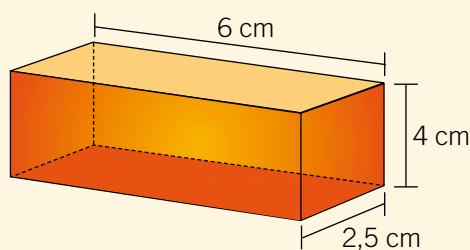


puntos

5

15. El área lateral del siguiente paralelepípedo es:

- ☐ A. 20 cm^2
- ☐ B. 24 cm^2
- ☐ C. 68 cm^2
- ☐ D. 98 cm^2

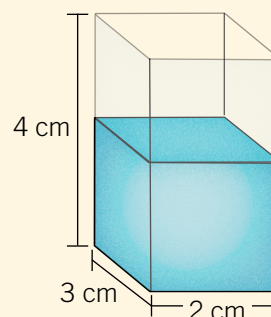


16. ¿Cuál de los siguientes envases tiene mayor capacidad?

- ☐ A. Una botella de 2 litros.
- ☐ B. Una caja con un volumen de 2.000 dm^3
- ☐ C. Un contenedor con un volumen de 1 m^3
- ☐ D. Un envase con una capacidad de 400 cm^3

17. ¿Cuál es la capacidad del estanque que aparece en la imagen?

- ☐ A. 36 cm^3
- ☐ B. 24 cm^3
- ☐ C. 20 cm^3
- ☐ D. 15 cm^3

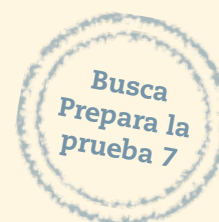


18. Una estufa tempera aproximadamente 15 m^3 a su alrededor. ¿Cuántas de estas estufas se necesitarían para temperar una habitación de 3 m de ancho, 5 m de largo y 2 m de alto?

- ☐ A. 1
- ☐ B. 2
- ☐ C. 3
- ☐ D. 4

19. Si el volumen de un cubo es 125 cm^3 y la medida de todas sus aristas se duplican, ¿cuál será el volumen del nuevo cubo?

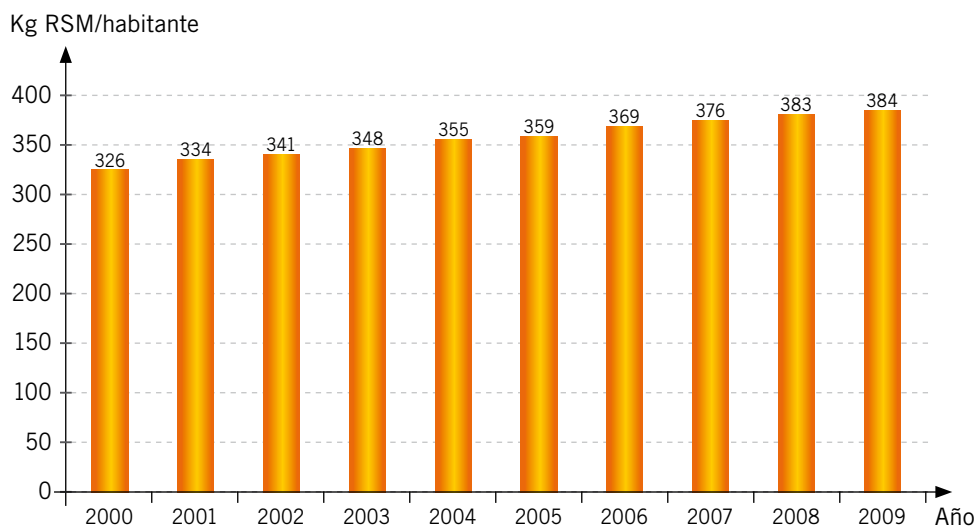
- ☐ A. 5 cm^3
- ☐ B. 150 cm^3
- ☐ C. 1.000 cm^3
- ☐ D. 1.200 cm^3



Datos y probabilidades

La generación de residuos sólidos municipales (RSM) aumenta año a año, debido al crecimiento de la población y al incremento en el nivel de vida, pasando de 326 kg por habitante el año 2000 a 384 kg por habitante el año 2009, cifra menor a la que presentan en promedio los países miembros de la OCDE, que corresponde a 550 kg anuales por habitante.

Tasa anual de generación de RSM por habitante



Fuente: Primer reporte del manejo de residuos sólidos en Chile (2010).

En esta unidad aprenderás a:

- Leer e interpretar gráficos de barras simples, barras dobles y circulares.
- Interpretar situaciones utilizando tablas y gráficos.
- Interpretar y construir diagramas de puntos, y de tallo y hojas.
- Comparar distribuciones de dos grupos.
- Calcular y analizar las medidas de tendencia central de un grupo de datos.
- Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un experimento dado.
- Interpretar la frecuencia relativa asociada a un suceso.
- Resolver situaciones mediante la repetición de experimentos aleatorios en contextos lúdicos.
- Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de la Matemática.





¿Qué sabes?

Evaluación inicial

A partir de la imagen, responde.

1. ¿En cuánto aumentó la generación de RSM por habitante entre los años 2000 y 2009? ▶ _____

2. Con respecto al gráfico, escribe “título” o “variable”, según sea la información presentada.

a. Año ▶ _____

b. Kg RSM/habitante ▶ _____

c. Tasa anual de generación de RSM por habitante ▶ _____

3. Pinta con el color indicado el recuadro que cumpla la condición.

 Años en que se producen más de 360 kg RSM/habitante.

 Años en que se producen menos de 340 kg RSM/habitante.

2000

2007

2008

2006

2005

2004

2001

2009

2002

4. Marca con un ✓ si la afirmación es correcta. En caso contrario, marca con una ✗.

☐ En el año 2005 se produce una mayor cantidad de RSM que en el año 2006.

☐ En el año 2001 se produce una mayor cantidad de RSM que en el año 2005.

☐ En el año 2008 se produce una mayor cantidad de RSM que en el año 2009.

5. Escribe al lado de cada año la cantidad de kg RSM que es producida por habitante.

a. 2001 ▶ _____

d. 2004 ▶ _____

g. 2007 ▶ _____

b. 2002 ▶ _____

e. 2005 ▶ _____

h. 2008 ▶ _____

c. 2003 ▶ _____

f. 2006 ▶ _____

i. 2009 ▶ _____

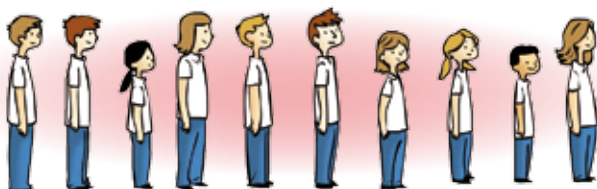
1 Tratamiento de la información

Conceptos básicos

Lee y responde

En dos sextos básicos de 30 estudiantes cada uno, se ha seleccionado una muestra de 10 de ellos para realizar un estudio sobre sus estaturas.

6° A



Se seleccionan los 10 estudiantes de mayor estatura.

6° B



Se escribe en un papel el número de lista de cada estudiante y luego se extraen 10 números al azar.

- Marca con un ✓ si la afirmación es correcta. En caso contrario, marca con una ✗.
 - ☐ La muestra del 6° A es representativa, ya que los 10 estudiantes fueron seleccionados al azar.
 - ☐ La muestra en el 6° B es representativa, ya que los 10 estudiantes fueron seleccionados al azar.
 - ☐ La muestra en ambos cursos es representativa, ya que los 10 estudiantes fueron seleccionados al azar.

Aprende

Población: es el conjunto de elementos sobre el que se realiza un estudio.

Estudiantes de sexto básico.

Muestra aleatoria: es una parte de la población elegida al azar, sobre la cual se desarrolla el estudio estadístico.

10 estudiantes de 6° B, elegidos al azar.

Variable: corresponde a una propiedad o característica que se quiere estudiar.

Debido a que se quiere estudiar la estatura de los estudiantes, la variable se clasifica como cuantitativa.

Cualitativa: es una característica no numérica.

Cuantitativa: corresponde a un dato numérico.



Practica

1. Completar con la población, la muestra y la variable de estudio en cada caso. Interpretar

- a. Se pregunta a 80 familias de una comuna si su vivienda es arrendada o propia.

Población: _____ Muestra: _____ Variable: _____

- b. En el proyecto de ciencias de un colegio se evaluará el efecto de un nuevo tipo de abono en 50 plantas, para lo cual deciden medir su crecimiento después de haber aplicado el abono en cada una de ellas.

Población: _____ Muestra: _____ Variable: _____

- c. Se encuesta a 100 niños y niñas entre 10 y 12 años de una determinada ciudad, para averiguar la cantidad de horas al día que ven televisión.

Población: _____ Muestra: _____ Variable: _____

2. Clasifica las siguientes variables en cualitativas o cuantitativas. Clasificar

- a. Tipo de celular. ► _____

- b. Comida favorita. ► _____

- c. Cantidad de estudiantes. ► _____

3. Lee la situación y luego escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Evaluar

Para realizar una estimación sobre la cantidad de ampolletas defectuosas, una empresa selecciona al azar 150 ampolletas. Estas se clasificarán en defectuosas y no defectuosas; para ello se mantendrán encendidas durante una determinada cantidad de horas y las que se apaguen antes de 3 horas serán clasificadas como defectuosas.

- a. ☐ El objetivo del estudio es detectar la calidad de las ampolletas.

Justificación: _____

- b. ☐ La población corresponde a las 150 ampolletas seleccionadas en la empresa.

Justificación: _____

- c. ☐ La cantidad de ampolletas seleccionadas corresponde a una variable cuantitativa.

Justificación: _____

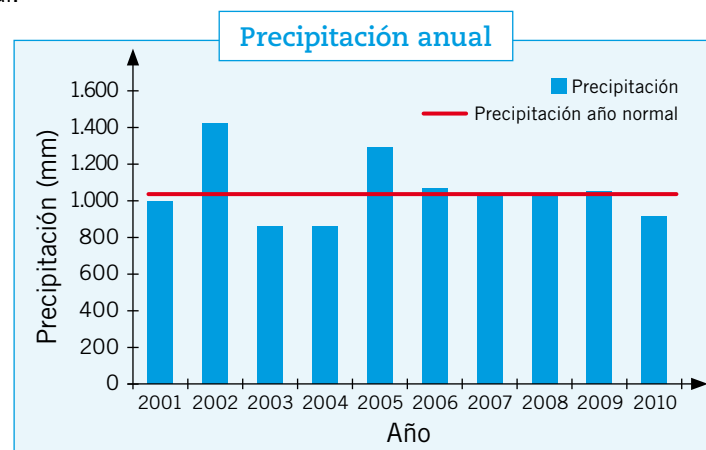
Lectura e interpretación de gráficos de barras simples

Observa y responde

El gráfico representa las precipitaciones de la isla de Juan Fernández entre los años 2001 y 2010. El segmento de color negro corresponde a la precipitación en un año normal.

Precipitación anual	
Año	mm
2001	999,8
2002	1.403,2
2003	852,7
2004	852,4
2005	1.284,4

Precipitación anual	
Año	mm
2006	1.081,8
2007	1.014,5
2008	1.034,2
2009	1.065,6
2010	896,1



Fuente: INE, Informe anual 2010.

- Marca con un ✓ si la afirmación es correcta. En caso contrario, marca con una ✗.

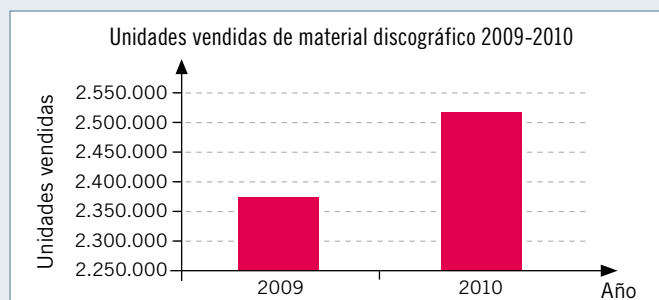
- ☐ El año en que hay una mayor precipitación es 2002.
- ☐ En el año 2010 hubo más precipitaciones que en el año 2001.
- ☐ La mayor variación entre las precipitaciones ocurre entre los años 2002 y 2004.

Aprende

Los **gráficos de barras simples** son representaciones en las que cada rectángulo (barra) se dispone de forma vertical u horizontal respecto de dos ejes perpendiculares entre sí. La longitud de cada barra es proporcional a la cantidad (frecuencia) que representa.

Ejemplo: un estudio del Instituto Nacional de Estadísticas (INE) muestra la venta de material discográfico en Chile durante los años 2009 y 2010.

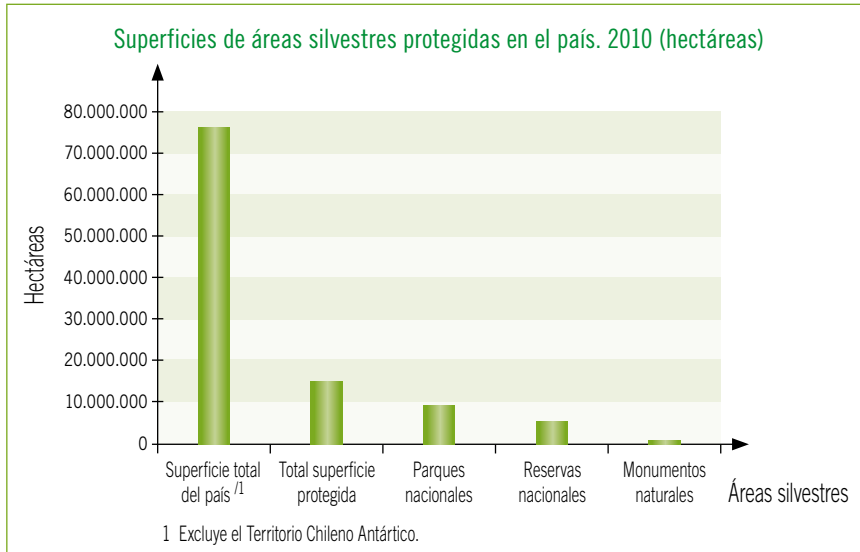
Entre los años 2009 y 2010 se produce un fuerte aumento en la venta discográfica. Se comercializan más de 2.500.000 discos el año 2010.





Practica

1. Observa el siguiente gráfico de barras simples y luego responde. Interpretar



Fuente: INE. Gráfico elaborado con información de la Conaf.

- a. ¿Cuál es el área silvestre que tiene menor cantidad de hectáreas?
- _____
- b. ¿Entre cuántas hectáreas se encuentra la superficie total del país?
- _____

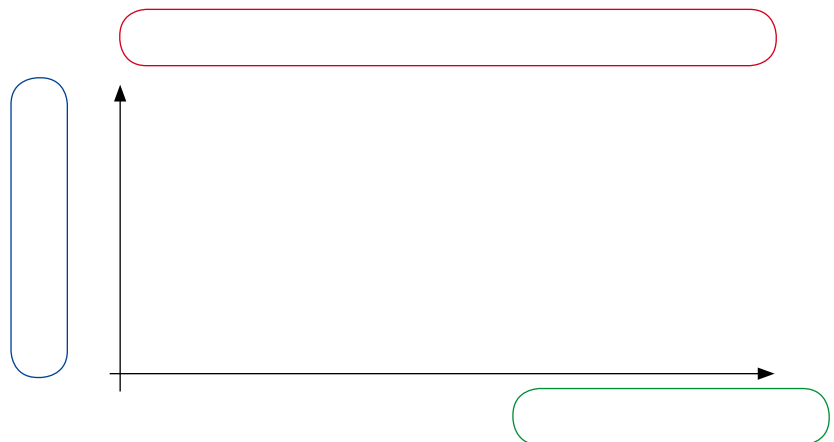
2. A los estudiantes de un curso se les ha consultado sobre el destino que prefieren para su paseo de fin de año. Estas fueron sus preferencias. Analizar

Isla de Pascua		Desierto de Atacama	
Laguna San Rafael		Salar de Uyuni	
Coyhaique		Mar del Plata	

Recuerda que...

Una **tabla de frecuencias** tiene la finalidad de mostrar los **datos** recopilados en forma ordenada.

- a. Construye una tabla de frecuencias y un gráfico de barras simples con la información presentada.



- b. Crea una pregunta sobre la información presentada en el gráfico y compártela con tus compañeras y compañeros.

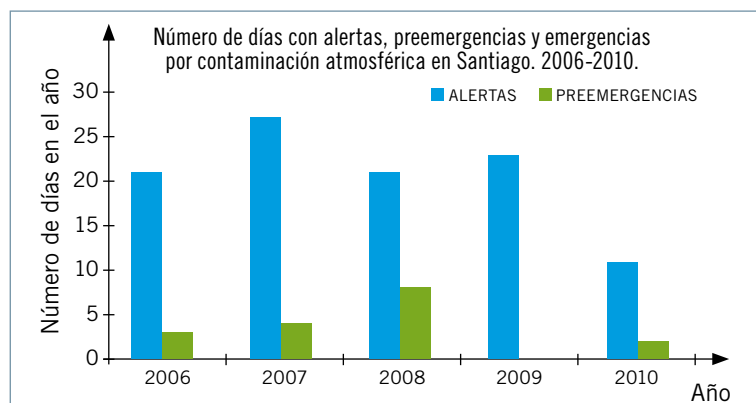
• _____

Lectura e interpretación de gráficos de barras dobles

Observa y responde

La tabla y el gráfico siguientes representan información acerca de la ventilación en Santiago en el período 2006-2010.

Año	Número de días	
	Alertas	Preemergencias
2006	21	3
2007	27	4
2008	21	8
2009	23	—
2010	11	2



Fuente: Gráfico elaborado con información de la Seremi-RM.

- Escribe el año en que se producen más alertas y el año con menos preemergencias.

- Marca con un ✓ si la afirmación es correcta. En caso contrario, marca con una ✗.

☐ La tabla y el gráfico mostrados no representan la misma información.

☐ La tabla y el gráfico mostrados representan la misma información.

Educando en valores

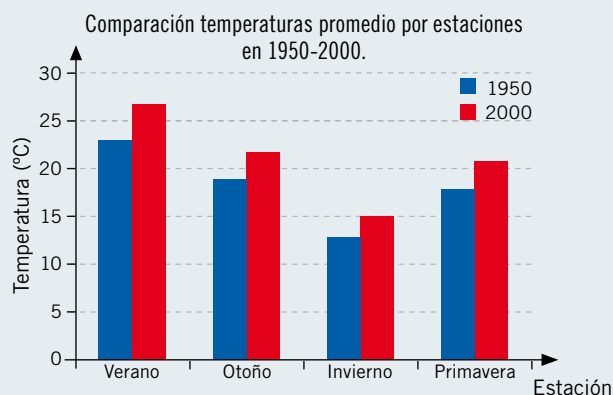
Para no contaminar nuestro planeta, puedes utilizar la bicicleta como medio de transporte.



Aprende

En un **gráfico de barras dobles** se representan dos grupos de frecuencias para cada valor o categoría de la variable. Luego, en cada categoría se dibujan, sin separar, las barras respectivas. Para leer e interpretar este tipo de gráfico, se observa su título, así como las barras asociadas a cada categoría, para compararlas.

Ejemplo:



- El título muestra que se comparan las temperaturas promedio por estaciones.
- En el eje horizontal se muestran las estaciones del año y en el eje vertical, las temperaturas.
- La barra de color azul representa el promedio de la temperatura en el año 1950 y la barra de color rojo, el promedio de las temperaturas en el año 2000.



Practica

1. Lee la siguiente situación y responde. **Analizar**

En el siguiente gráfico de barras dobles se muestran los pasatiempos preferidos por niños y niñas, y adultos en sus tiempos libres.

a. ¿Cuántas personas en total fueron encuestadas?

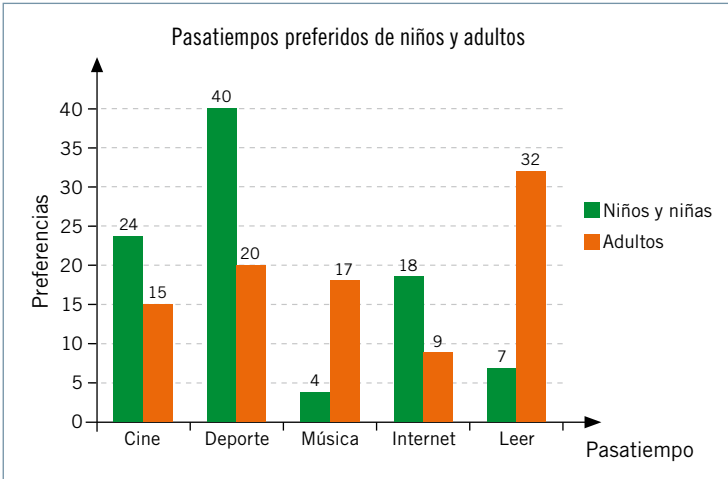
► _____

b. ¿Qué pasatiempo presenta la mayor variación entre los grupos?

► _____

c. ¿Qué pasatiempo presenta la menor variación entre los grupos?

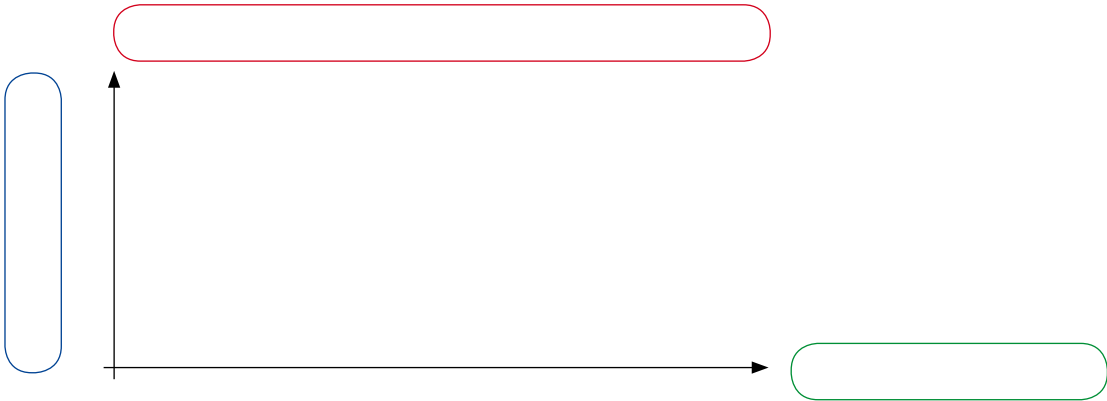
► _____



2. La siguiente tabla presenta las ventas realizadas por dos tiendas. **Analizar**

Cantidad de ventas realizadas					
Tiendas \ Prendas	Poleras	Vestidos	Pantalones	Blusas	
Tienda A	28	35	33	29	
Tienda B	22	37	30	35	

a. Construye un gráfico de barras dobles con la información presentada en la tabla.



b. ¿Cuál tienda vendió mayor cantidad de prendas? ► _____

c. Si se comparan las ventas en ambas tiendas, ¿qué prendas presentan una mayor y una menor variación?

Lectura e interpretación de gráficos circulares

Lee y responde

La tabla representa la venta de videojuegos en una tienda comercial. Estos se han clasificado en: acción, aventura y deporte.

Preferencia por videojuegos	
Clasificación	Cantidad
Acción	18
Aventura	10
Deporte	12
TOTAL	40

- Completa con los números que faltan para calcular cada porcentaje. Observa el ejemplo.

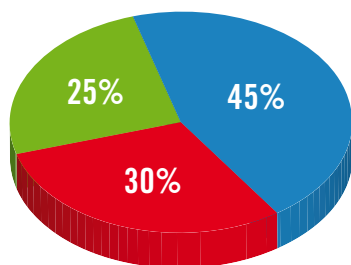
Acción: $\frac{18}{40} \cdot 100 \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}\%$

Aventura: $\frac{\boxed{}}{40} \cdot 100 \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}\%$

Deporte: $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \cdot 100 \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}\%$

- Los porcentajes anteriores se representan en el siguiente gráfico circular. Pinta el color que corresponde a cada clasificación, según sea su porcentaje.

Preferencia por videojuegos



- ☐ Acción
- ☐ Aventura
- ☐ Deporte

¿Sabías que...?

La **frecuencia relativa** corresponde al cociente entre el número de veces que se repite un dato y el total de datos.

- Escribe la suma del total de los porcentajes. $\rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$

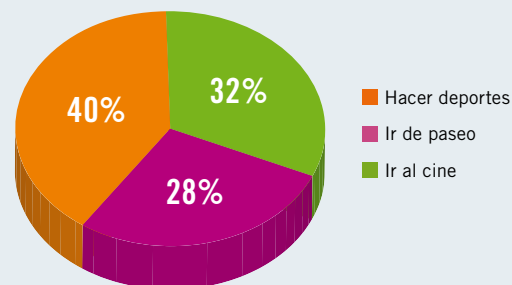
Aprende

En un **gráfico circular**, cada sector circular representa un valor de la variable que corresponde a la frecuencia relativa expresada como un porcentaje. En general, este tipo de gráfico se utiliza para saber cómo se comporta una variable respecto de un todo.

Ejemplo: en un curso se pregunta sobre la actividad preferida.

Actividad preferida	
Clasificación	Cantidad
Ir de paseo	7
Ir al cine	8
Hacer deportes	10

Actividad preferida



- Hacer deportes
- Ir de paseo
- Ir al cine

Diagrama de puntos

Lee y responde

Una persona observa que cada 1 minuto entran en 2 tiendas cierta cantidad de clientes entre las 15:00 y 15:05 hrs. Dichas observaciones las registró en una hoja.

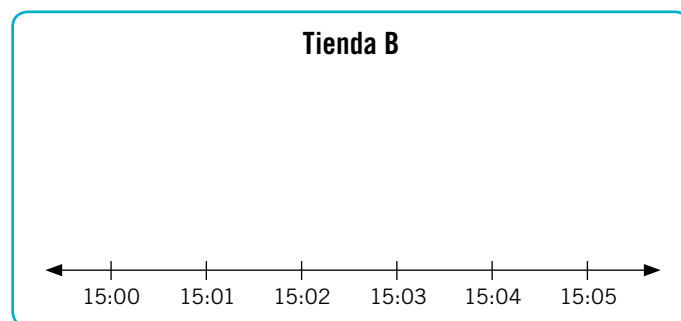
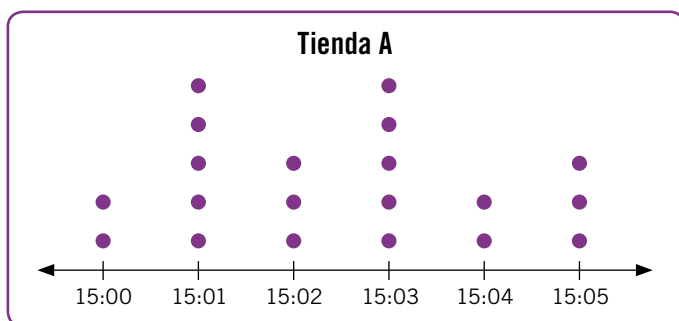
Tienda A

15:00 - 15:00 - 15:01 - 15:01 - 15:01 -
15:01 - 15:01 - 15:02 - 15:02 - 15:02 -
15:03 - 15:03 - 15:03 - 15:03 - 15:03 -
15:04 - 15:04 - 15:05 - 15:05 - 15:05

Tienda B

15:00 - 15:00 - 15:00 - 15:00 - 15:00 -
15:01 - 15:02 - 15:02 - 15:02 - 15:02 -
15:03 - 15:03 - 15:03 - 15:03 - 15:04 -
15:04 - 15:05 - 15:05 - 15:05 - 15:05

- La cantidad de clientes se representa en un diagrama de puntos. En la recta se registran las horas y, sobre estas, cada punto (●) representa un cliente. Completa el diagrama de la tienda B.

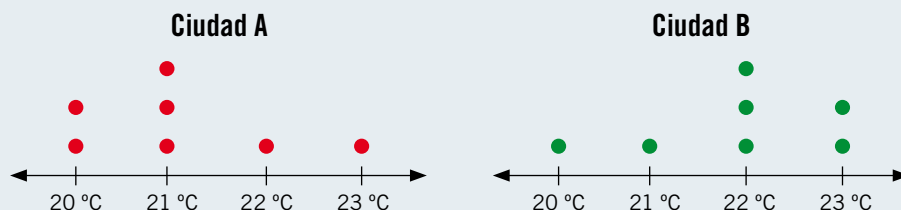


- Se afirma que en la tienda A, se registra una mayor cantidad de clientes a las 15:05 horas, en comparación con los que entran a las 15:05 horas en la tienda B. ¿Es correcta esta afirmación? Justifica.

Aprende

En un **diagrama de puntos** se pueden representar distintas distribuciones de una forma más simple. Además, a partir del diagrama se pueden realizar comparaciones, según el estudio que se quiera llevar a cabo.

Ejemplo: en el diagrama de puntos se representan las temperaturas máximas registradas durante una semana en dos ciudades (A y B).



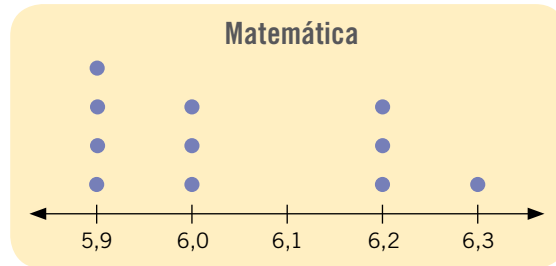
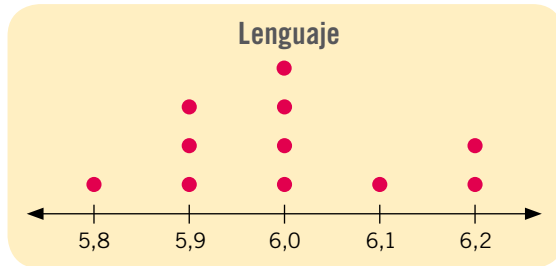
Al comparar las temperaturas registradas, se puede observar que las más repetidas en las ciudades A y B son 21 °C y 22 °C, respectivamente.



Practica

1. Observa cada diagrama de puntos y luego responde. *Analizar*

Los siguientes diagramas de puntos corresponden a las calificaciones, entre 1,0 y 7,0, obtenidas por un estudiante de sexto básico en Lenguaje y Matemática.



- ¿Cuántas calificaciones hay en cada asignatura? ► _____
- ¿Entre qué valores se encuentran las calificaciones en Lenguaje? ► _____
- Luego de comparar las calificaciones obtenidas, escribe dos conclusiones.
 - 1º ► _____
 - 2º ► _____

2. Resuelve el siguiente problema. *Analizar*

Anita y Eduardo han lanzado un dado de 6 caras y han obtenido la siguiente cantidad de puntos.

Anita ► 1 - 1 - 3 - 4 - 4 - 5 - 5 - 5 - 5 - 6 - 6 - 1 - 5 - 2 - 6 - 3 - 6 - 3 - 3 - 3 - 5 - 4 - 4 - 4

Eduardo ► 4 - 5 - 3 - 2 - 6 - 1 - 4 - 5 - 5 - 5 - 4 - 6 - 6 - 6 - 1 - 4 - 2 - 3 - 2 - 1 - 1 - 2 - 3

- Construye un diagrama de puntos para representar los puntajes obtenidos por Anita y Eduardo.

- Compara los diagramas de puntos que construiste y luego escribe dos conclusiones.
 - 1º ► _____
 - 2º ► _____

Diagrama de tallo y hojas

Observa y responde

Un supermercado hace un estudio para comparar la cantidad de ventas realizadas los días sábados y los domingos. Para ello, seleccionan al azar un grupo de clientes para saber la cantidad de productos que compran esos días.

Sábado

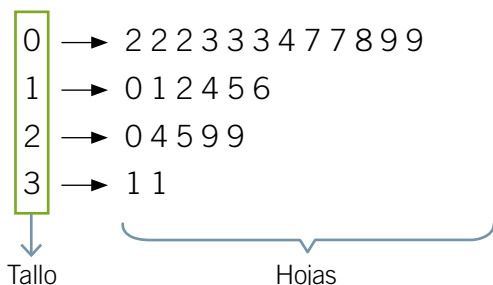
3 - 2 - 15 - 4 - 20 - 16 - 25 - 7 - 9 - 31 - 29 - 14 -
10 - 12 - 3 - 9 - 24 - 2 - 2 - 11 - 29 - 31 - 3 - 7 - 8

Domingo

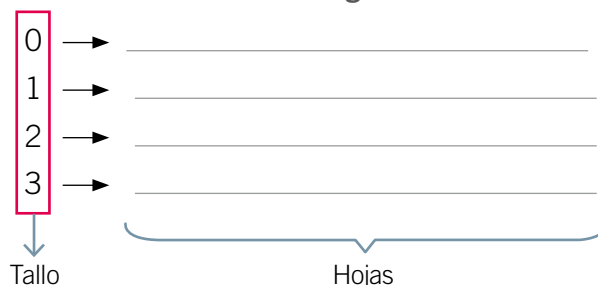
12 - 12 - 15 - 4 - 7 - 8 - 12 - 25 - 14 - 32 - 9 -
21 - 32 - 33 - 14 - 9 - 32 - 14 - 22 - 28 - 34

- Observa el diagrama de tallo y hojas que corresponde a las ventas del día sábado; el tallo corresponde a las cifras de las decenas y en las hojas se anotan las unidades. Teniendo esto presente, construye el diagrama de tallo y hojas que representa las ventas del día domingo.

Sábado



Domingo

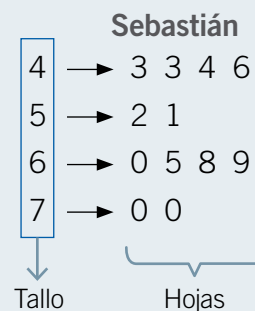


- Al observar el diagrama, el gerente afirma que el día sábado se realizan más ventas que el día domingo. ¿Es correcta esta afirmación? Justifica.

Aprende

Los **diagramas de tallo y hojas** permiten representar un conjunto de datos con el objetivo de resumir y de entregar la información de una forma más manejable. Se compone de dos partes que se denominan **tallo** y **hojas**; por lo general las hojas contienen la cifra de las unidades y el tallo, las cifras restantes.

Ejemplo: los diagramas de tallo y hojas que se muestran corresponden a las calificaciones obtenidas por Sandra y Sebastián.



Al comparar los diagramas, se observa que Sebastián obtiene un mayor número de calificaciones 7,0.



Practica

1. La siguiente tabla muestra la cantidad de abdominales que realizó cada estudiante en la clase de Educación Física. [Aplicar](#)

45 30 22 35 40 20 31 37 45 50 51 30 22 39 32 21 30 40 19 22 30 32 40 45 29

- a. Ordena los datos de forma ascendente.

- b. Construye un diagrama de tallo y hojas con los datos.

2. Las notas obtenidas en un sexto básico en la prueba de Matemática fueron las siguientes. [Aplicar](#)

Tallo	Hojas
2	→ 2 3
3	→ 0 0 0 9
4	→ 0 1 1 1 6 9
5	→ 0 3 5 7 8
6	→ 0 1 6 5 6
7	→ 0

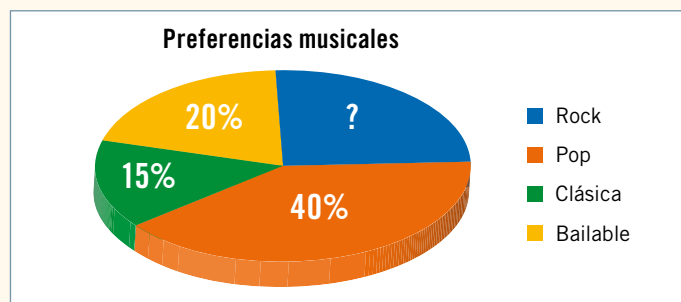
- a. ¿Cuántos estudiantes rindieron la prueba?

- b. ¿Qué nota es la que presenta mayor frecuencia?

- c. ¿Cuántos estudiantes obtuvieron una nota mayor o igual a 4?

Ponte a prueba

El gráfico circular corresponde a un estudio realizado a 15.200 personas sobre sus preferencias musicales. Calcula la cantidad que representa cada una de las preferencias.



- Rock ►
- Pop ►
- Clásica ►
- Bailable ►

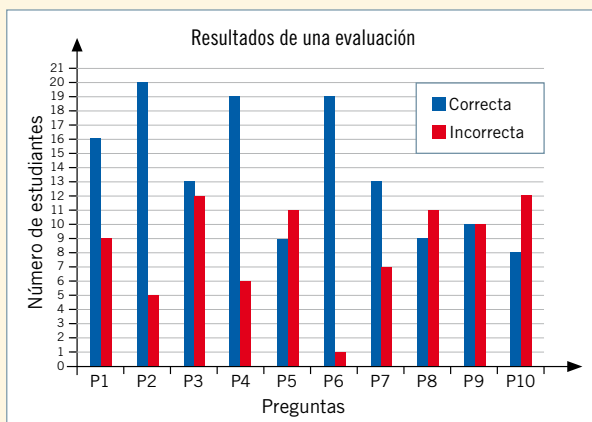
¿Cómo vas?

Lectura e interpretación de gráficos de barras dobles

1. El gráfico muestra la cantidad de estudiantes que tuvo correcta e incorrecta cada una de las 10 preguntas de cierta evaluación.

a. ¿Cuántos estudiantes rindieron la prueba?

b. ¿Qué pregunta obtuvo una cantidad mayor de respuestas correctas?

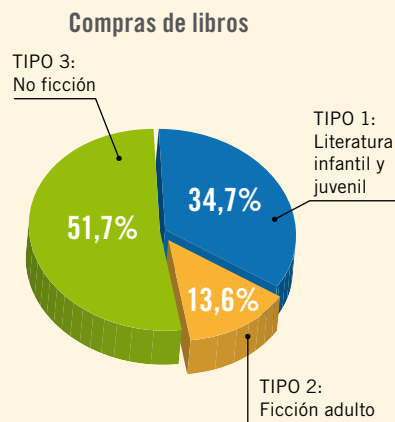


- c. ¿En qué pregunta se presentó la mayor diferencia entre respuestas correctas e incorrectas?

Lectura e interpretación de gráficos circulares

- 2.** Lee y luego responde.

Según estadísticas publicadas por el INE el año 2010, las diferentes bibliotecas públicas hicieron compras de libros según los tipos que se muestran en el gráfico.



- a. ¿Qué tipo de libro es el que presenta mayor porcentaje?

- b.** ¿Qué porcentaje corresponde a ficción adulto?

- c. Suponiendo que el total de libros correspondiera a 118, ¿cómo interpretarías la cantidad que representa cada porcentaje en el gráfico?



Diagrama de puntos

3. La información que se muestra corresponde a la altura, medida en centímetros, de diferentes estudiantes.

Sexto A: 158 - 152 - 160 - 165 - 154 - 154 - 152 - 160 - 165 - 158 - 160 - 154

Sexto B: 150 - 149 - 161 - 161 - 149 - 149 - 149 - 150 - 150 - 149 - 149 - 161

puntos

6

- a. Construye un diagrama de puntos en el que representes las estaturas de los estudiantes de ambos cursos. Luego escribe una conclusión.

Sexto A

Sexto B



Diagrama de tallo y hojas

4. Lee la siguiente información y luego responde.

puntos

6

En un paradero se midió la frecuencia, en minutos, entre un bus y otro, tanto en la mañana como en la tarde. Los tiempos cronometrados fueron los siguientes.

Mañana

23 - 5 - 2 - 5 - 10 - 9 - 3 - 20 -
15 - 6 - 8 - 9 - 9 - 10 - 3 - 21 -
7 - 12 - 15 - 10 - 9 - 15 - 10 - 9

Tarde

12 - 10 - 15 - 10 - 9 - 8 - 7 -
10 - 11 - 12 - 9 - 15 - 8 - 27 -
26 - 15 - 9 - 10 - 10 - 15 - 10 - 9

- a. Construye un diagrama de tallo y hojas para ambas jornadas.

Mañana

Tarde

- b. Escribe dos conclusiones con respecto a la comparación de los diagramas de puntos.

Media aritmética

Observa y responde

En una pista de automovilismo un competidor registra sus tiempos para saber con exactitud cuál es su tiempo promedio en cada vuelta.

- Para calcular el tiempo promedio se suman todos los tiempos y luego se divide por el total de vueltas dadas. Completa con los números que faltan.

$$\frac{53,45 + 53,44 + 53,45 + 53,30 + 53,05}{5} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

- Marca con un ✓ la afirmación correcta.
 - ☐ El tiempo promedio del competidor es de 53,33 segundos.
 - ☐ El tiempo promedio del competidor es de 53,338 segundos.
 - ☐ El tiempo promedio del competidor es de 54,338 segundos.
- Si el corredor diera una sexta vuelta en 53,338 s, explica cómo calcularía el tiempo promedio en las 6 vueltas.

Tiempos cronometrados	
Vueltas	Tiempo por vuelta (s)
Primera	53,45
Segunda	53,44
Tercera	53,45
Cuarta	53,30
Quinta	53,05

Aprende

Un **promedio** o **media aritmética** ($\bar{x}$) es un dato que no necesariamente se encuentra en el conjunto de datos estudiados. Esta medida se calcula sumando todos los datos y dividiendo el resultado entre la cantidad total de los datos.

Ejemplo:

Las calificaciones de Francisco y Mariana en Matemática son:

Francisco: 6,2; 5,8; 6,7; 5,5 y 4,8

Mariana: 5,8; 7,0; 6,4; 6,8 y 4,0

¿Cuál es el promedio de cada uno?

Francisco:

Mariana:

$$\bar{x} = \frac{6,2 + 5,8 + 6,7 + 5,5 + 4,8}{5} = \frac{29}{5} = 5,8$$

$$\bar{x} = \frac{5,8 + 7,0 + 6,4 + 6,8 + 4,0}{5} = \frac{30}{5} = 6,0$$

El promedio de las calificaciones de Francisco es un 5,8; mientras que el promedio de Mariana es un 6,0.

a.

b.

C.

Moda

Observa y responde

El siguiente listado representa la cantidad de libros que piden diariamente los estudiantes de 6° básico en la biblioteca de su colegio.

3 - 2 - 4 - 5 - 4 - 4 - 3 - 3 - 2 - 5 - 5 - 3 - 3 - 2 - 2 - 1 - 3 - 5 - 1 - 3 - 2 - 3 -
2 - 4 - 3 - 4 - 2 - 2 - 2 - 2 - 3 - 5 - 2 - 3 - 4 - 3 - 3 - 2 - 3 - 3

- Construye una tabla de frecuencias con los datos registrados.

- Observa los siguientes titulares del periódico y encierra el título más adecuado a partir de la información presentada.



Aprende

La **moda** (M_o) es una medida de tendencia central que se puede calcular e interpretar. Corresponde al valor de la variable que tiene mayor frecuencia. Un conjunto de datos puede tener una moda, dos modas, varias modas o ninguna.

Ejemplo:

Observa el conjunto de datos: 15 - 8 - 13 - 14 - 18 - 11 - 8 - 7 - 8 - 13 - 24 - 14 - 8

Se tiene que $M_o = 8$, ya que es el valor que tiene mayor frecuencia. (Se repite 4 veces).



Practica

1. Determina la moda para cada grupo de datos. **Aplicar**

a. 240 - 170 - 130 - 210 - 171 - 150 - 240 - 210

M_o ► _____

b. 18,4 - 18,5 - 18,2 - 18,7 - 18,4 - 18,6 - 18,3

M_o ► _____

2. Escribe el valor que falta en cada grupo de datos para que se cumpla la moda que se indica. **Inferir**

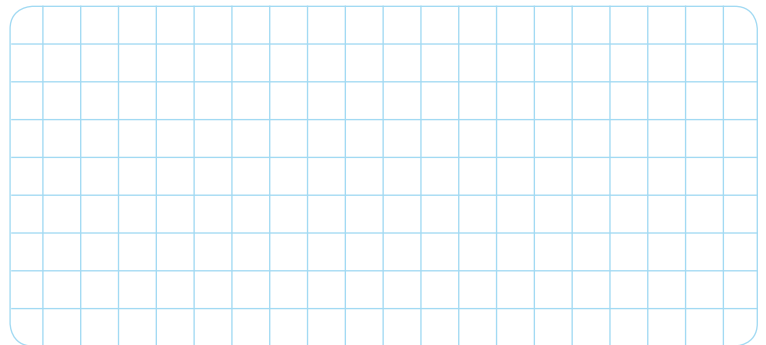
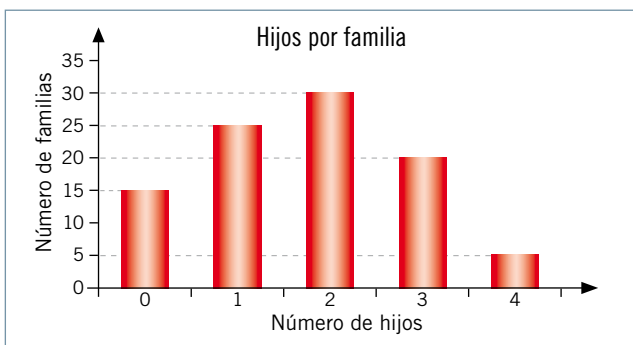
a. 4 - 5 - 3 - 2 - 2 - 5 - 4 - 7 - 2 - 9 - 4 - 3 - 9 -

Moda ► 4

b. 5,8 - 4,2 - 3,6 - 4,4 - 6 - 4,7 -

Moda ► 4,2

3. Calcula y explica cómo determinarías la moda según los datos del gráfico. **Analizar**



4. Lee la siguiente situación y luego responde. **Analizar**

El administrador de un supermercado quiere determinar el tiempo que los clientes deben esperar en la fila al pagar sus cuentas. Para ello, miden los tiempos (en minutos) en 5 de sus cajas, obteniendo los siguientes resultados:

7 - 8 - 3 - 2 - 5 - 3 - 6 - 7 - 3 - 3 - 6 - 7 - 8 - 6 - 2 - 3 - 4 - 5 - 5 - 6 - 9 -
9 - 8 - 4 - 4 - 2 - 3 - 8 - 9 - 6 - 4 - 5

a. Completa la siguiente tabla con los datos presentados anteriormente.

Tiempo (minutos)	2	3	4	5	6	7	8	9
Frecuencia								

b. Calcula el promedio de tiempo de espera y escribe una comparación con el valor que representa la moda de la muestra.



Mediana

Lee y responde

En un colegio se quiere estudiar los hábitos de sus estudiantes. Para esto se escogen al azar 15 estudiantes y se les consulta por la cantidad de horas que ven televisión durante la semana.

10 - 12 - 15 - 20 - 14 - 11 - 8 - 11 - 12 - 9 - 13 - 0 - 4 - 8 - 9

- Ordena de mayor a menor los datos anteriores.

_____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____

- Encierra el número que se encuentra en la posición central de los números ordenados.

11 12 13 14

- Marca con un ✓ la afirmación verdadera.

☐

La cantidad de números ubicados a la derecha y a la izquierda del término central es la misma.

☐

La cantidad de números ubicados a la derecha y a la izquierda del término central es distinta.



Aprende

La **mediana** (M_e) es un valor que se encuentra ubicado en la posición central de la muestra, una vez ordenados los datos (creciente o decreciente) esta previamente ordenada. Se presentan dos casos:

- Si hay una cantidad **impar** de datos, la mediana es igual al valor que está en la mitad.

Ejemplo: al tener los datos 20, 17, 18, 21, 19, y ordenarlos de manera creciente, se obtiene:

17 - 18 - **19** - 20 - 21

Por lo tanto, $M_e = 19$.

Término central

- Si el número de datos es **par**, la mediana corresponde al promedio de los dos datos centrales.

Ejemplo: observa el siguiente conjunto de datos:

2 - 2 - 3 - 4 - **4** - **5** - 6 - 6 - 6 - 7

Los dos valores centrales son los números 4 y 5. Al calcular el promedio se obtiene:

$$(4 + 5) : 2 = 4,5$$

Por lo tanto, $M_e = 4,5$.

a.

$$M_e = \underline{\hspace{2cm}}$$

b.

$$M_e = \underline{\hspace{2cm}}$$

C.

$$M_e = \underline{\hspace{2cm}}$$

303

Experimentos aleatorios y determinísticos

Observa y responde

En la imagen hay 3 vasos de diferentes colores, y en uno de ellos se esconde una bolita.

- Remarca la afirmación correcta.

La bolita se encuentra en el vaso de color azul.

La bolita se encuentra en el vaso de color verde.

No se puede afirmar en qué vaso estará la bolita.



- Luego, se agregan más vasos y solo en uno estará la bolita. Marca con un ✓ la afirmación correcta.

☐

Hay más posibilidades de encontrar la bolita.

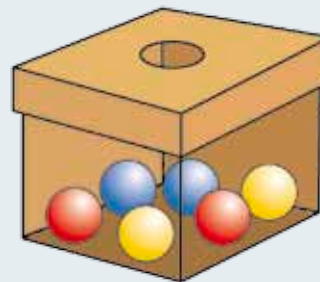
☐

Hay menos posibilidades de encontrar la bolita.

Aprende

Un **experimento aleatorio** es el que depende del azar, es decir, del cual no se tiene certeza de lo que ocurrirá y no se puede predecir su resultado.

Ejemplo: de una caja con bolitas de color amarillo, azul y rojo se extrae una bolita al azar, por lo que no se tiene certeza el color de la que se obtendrá.



Quando se realiza un experimento varias veces bajo las mismas condiciones y se tiene certeza de lo que ocurrirá, este experimento es **determinístico**.

Ejemplo: al exponer un papel al fuego se tiene la certeza de que este se quemará.





Practica

1. Marca con un ✓ si el experimento es aleatorio. En caso contrario, marca con una ✗. Interpretar

- a. ☐ Escoger al azar un adolescente y predecir su edad.
- b. ☐ Predecir el puntaje de un partido de baloncesto.
- c. ☐ Lanzar una piedra al aire y verificar si cae al suelo o no.
- d. ☐ Predecir quién es la siguiente persona que llamará a tu celular.
- e. ☐ Extraer una bolita al azar de una caja con bolitas numeradas del 1 al 100.
- f. ☐ Lanzar un dado de seis caras y obtener una cantidad impar de puntos.

2. Observa cada situación y responde. Analizar



a. Si se extrae una bolita al azar, ¿se tendrá certeza del color de la pelotita que saldrá de esta máquina? Explica.

b. ¿Clasificarías este experimento como determinístico o aleatorio? Justifica tu respuesta.

3. Un grupo de amigos necesita practicar un deporte y existen dos opciones: fútbol o básquetbol. Para decidir qué deporte practicarán, lanzarán una moneda al aire. Si obtienen cara, jugarán fútbol y si sale sello, básquetbol.

Analizar



a. Al lanzar una moneda, ¿cuántos posibles resultados existen? Explica.

b. ¿Clasificarías este experimento como determinístico o aleatorio? Justifica tu respuesta.

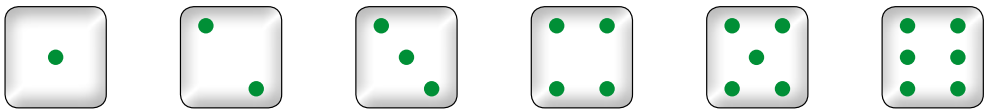
Frecuencia relativa asociada a un suceso

Lee y responde

Un estudiante lanza 55 veces un dado de 6 caras y registra la cantidad de puntos obtenidos en cada caso.

Cantidad de puntos	1	2	3	4	5	6
Cantidad de apariciones	10	8	7	11	9	10

- Encierra con color azul el número que tuvo la mayor cantidad de apariciones, y con color rojo el que tuvo la menor cantidad de apariciones.



- Respecto del número de puntos del dado que tenga más apariciones, completa.

Número de apariciones

Cantidad de lanzamientos

=

Aprende

La **frecuencia absoluta** (f) de un suceso se puede relacionar con el número de veces que ocurre dicho suceso.

La **frecuencia relativa** (f_r) de un suceso se puede relacionar con la razón entre la frecuencia absoluta y el número total de veces que se realiza el experimento aleatorio.

Ejemplo: al realizar el experimento aleatorio de lanzar un dado 25 veces, se obtienen los siguientes resultados:

Cantidad de puntos						
Cantidad de apariciones (frecuencia absoluta)	5	3	6	2	5	4

Frecuencia relativa de que aparezca . ▶ $\frac{5}{25} = 0,2$

Frecuencia relativa de que aparezca . ▶ $\frac{6}{25} = 0,24$



Practica

1. Lanza una moneda 15 veces y registra en la tabla con una **X** si sale cara o sello. [Analizar](#)

Lanzamiento	Cara	Sello
1	☐	☐
2	☐	☐
3	☐	☐
4	☐	☐
5	☐	☐

Lanzamiento	Cara	Sello
6	☐	☐
7	☐	☐
8	☐	☐
9	☐	☐
10	☐	☐

Lanzamiento	Cara	Sello
11	☐	☐
12	☐	☐
13	☐	☐
14	☐	☐
15	☐	☐

Cantidad de caras ► _____

Cantidad de sellos ► _____

- Completa la siguiente tabla.

Suceso	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Cara		
Sello		

2. En una caja hay bolitas numeradas del 1 al 10. La siguiente tabla presenta la cantidad de apariciones de bolitas extraídas al azar. [Analizar](#)

Extracción de una bolita	
Número obtenido	Cantidad de apariciones
1	2
2	3
3	1
4	0
5	0
6	4
7	1
8	0
9	2
10	1

- a. ¿Cuántas extracciones se efectuaron?

- b. ¿Qué bolita presenta mayor frecuencia?

- c. ¿Qué bolita presenta mayor frecuencia relativa?

- d. ¿Qué bolita presenta menor frecuencia relativa?

Probabilidad de ocurrencia de un suceso

Observa y responde

El profesor de Educación Física de 6° básico pide que 10 estudiantes practiquen lanzamientos al aro de básquetbol.

- Considerando que el profesor elige al azar a uno de estos estudiantes, marca con un ✓ si la afirmación es correcta y con una ✗, si no lo es.

- ☐ Es más posible elegir a un estudiante que haya encestado.
- ☐ Es más posible elegir a un estudiante que no haya encestado.
- ☐ Es igualmente posible elegir a uno que enceste o a uno que no lo haga.

- Completa cada recuadro con la información correspondiente.

$$\frac{\text{Cantidad de estudiantes que acertaron}}{10} = \frac{\boxed{}}{10}$$

$$\frac{\text{Cantidad de estudiantes que no acertaron}}{10} = \frac{\boxed{}}{10}$$

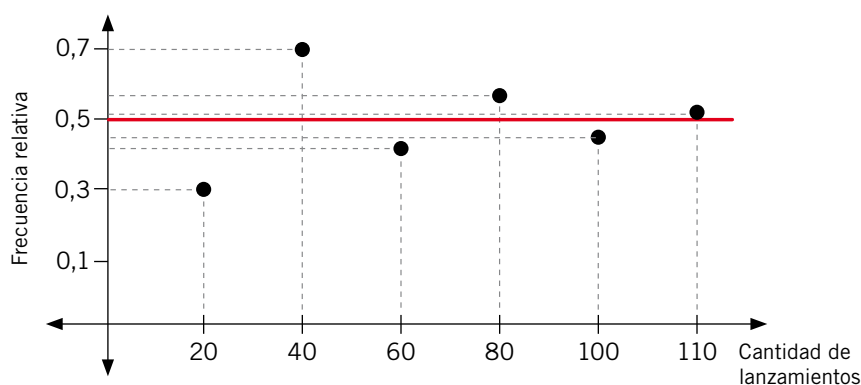
Estudiantes	Resultado
1	✓
2	✗
3	✓
4	✗
5	✓
6	✓
7	✗
8	✓
9	✓
10	✗

Aprende

Al repetir varias veces un experimento aleatorio, la frecuencia relativa asociada a un suceso (S) “tiende” a la **probabilidad de ocurrencia del suceso (S)**.

Cuando dos o más sucesos tienen la misma probabilidad de ocurrencia, se dice que son **equiprobables**.

Ejemplo: al lanzar una moneda, existen dos sucesos que son equiprobables: {cara} y {sello}. Luego, al repetir este experimento la frecuencia relativa asociada se acercará a $\frac{1}{2}$.



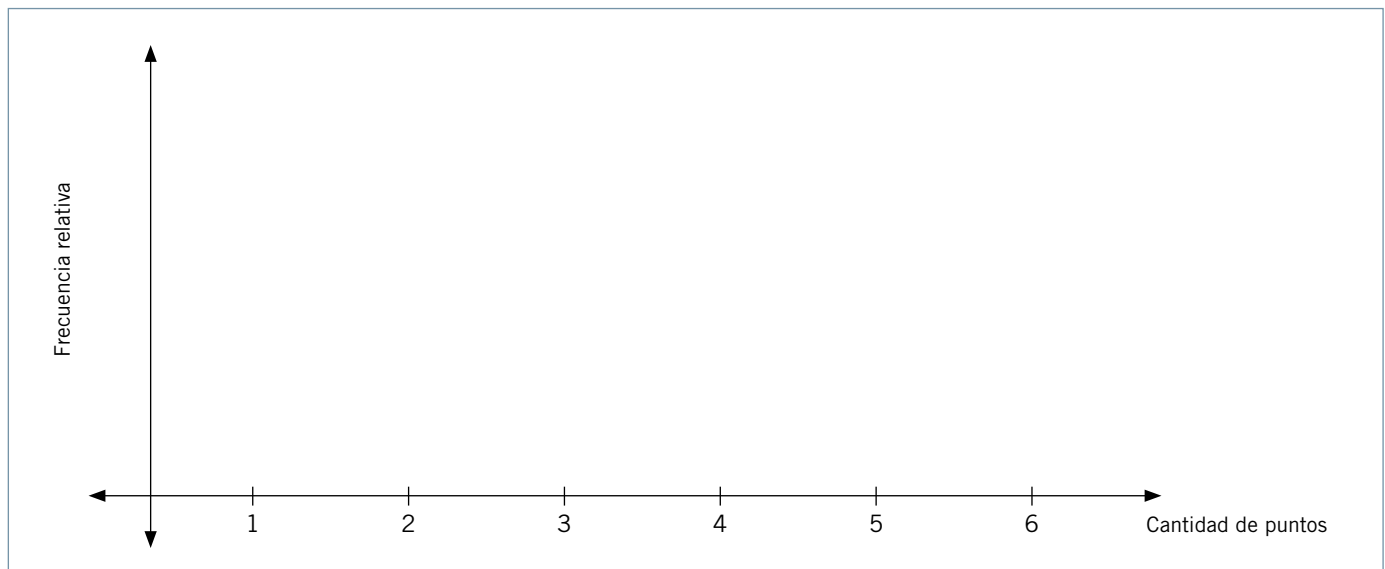


Practica

1. La tabla representa los lanzamientos realizados al lanzar un dado de 6 caras. Complétala y luego responde. [Analizar](#)

	Cantidad de puntos					
	1	2	3	4	5	6
Frecuencia absoluta	30	35	40	50	35	30
Frecuencia relativa						

- a. ¿Cuántas veces se realizó el experimento? ► _____
- b. ¿Cuáles son las frecuencias relativas asociadas al suceso con mayor y menor frecuencia? ► _____
- c. Construye un gráfico que represente la información de la tabla.



- d. Hacia qué valor crees que se acercará cada cantidad de puntos, luego de repetir muchas veces este experimento? Explica.
- _____
- _____
- e. Un estudiante afirma que, independientemente de la cantidad de veces que se realice el experimento, la suma de las frecuencias relativas será siempre igual a 1. Y que necesariamente la “probabilidad de ocurrencia” de cada uno de los puntos se acerca a $\frac{1}{6}$. ¿Es correcta esta afirmación? Explica.
- _____
- _____

Uso de *software*

Ingresa al sitio web: www.casadelsaber.cl/mat/607 y realiza la siguiente actividad:



Al ingresar a la actividad encontrarás las instrucciones que debes seguir para desarrollarla.

Luego, podrás elegir distintos **experimentos aleatorios**, entre los que podrás seleccionar:

- Lanzar el dado.
- Lanzar una moneda.
- Girar la ruleta.



Al seleccionar **Lanzar una moneda** aparecerá lo siguiente:

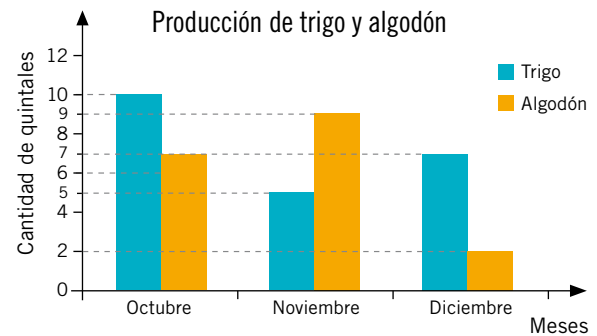


En este caso, deberás completar el casillero con la cantidad de lanzamientos que quieras realizar.

Resolución de problemas

Observa la resolución del siguiente problema

En el gráfico de barras dobles se muestra la producción de trigo y algodón en una determinada ciudad. En total, ¿cuántos quintales de trigo y algodón se han producido?



PASO 1

Explica con tus palabras la pregunta del problema.

Se quiere saber el total de quintales producidos de trigo y algodón.

PASO 2

Identifica los datos importantes.

Los quintales se pueden representar en una tabla de frecuencias.

Producción de trigo y algodón			
Meses	Octubre	Noviembre	Diciembre
Producto			
Trigo	10	5	7
Algodón	7	9	2

PASO 3

Calcula y escribe la solución.

Al sumar la cantidad de quintales se obtiene lo siguiente:

$$\text{Quintales de trigo} \rightarrow 10 + 5 + 7 = 22$$

$$\text{Quintales de algodón} \rightarrow 7 + 9 + 2 = 18$$

Luego, el total de quintales de trigo y algodón es: $(22 + 18) = 40$ quintales.

PASO 4

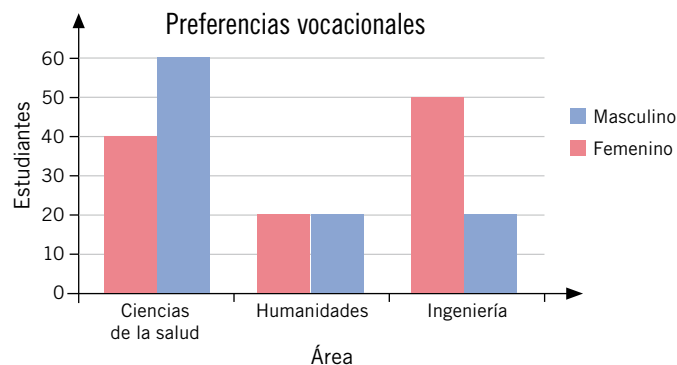
Revisa la solución.

Los valores de la tabla suman 40 quintales.

Producción de trigo y algodón			
Meses	Octubre	Noviembre	Diciembre
Producto			
Trigo	10	5	7
Algodón	7	9	2
Total	17	14	9

$$= 40$$

El gráfico que se muestra representa las preferencias vocacionales de distintos estudiantes. ¿Cuántos estudiantes fueron consultados?



Explica con tus palabras la pregunta del problema.

Identifica los datos importantes.

Calcula y escribe la solución.

Revisa la solución.

Competencias para la vida

La información en gráficos y tablas me ayudan a comprender situaciones ecológicas

Cada año somos testigos de cómo se producen numerosos incendios forestales que afectan a gran parte de nuestra flora y fauna nativas, causando un daño natural irreparable. Generalmente estos ocurren en el período de verano y en la mayoría de las ocasiones se deben a la irresponsabilidad de la gente.

La tabla muestra la ocurrencia de incendios forestales.

Total ocurrencia incendios forestales		
Region	Quinquenio 2006-2010	2010/2011
III	9	0
IV	31	48
V	789	824
RM	462	590
VI	214	221
VII	322	479
VIII	2.398	2.005
IX	944	580
XIV	100	69
X	231	97
XI	28	17
XII	20	22

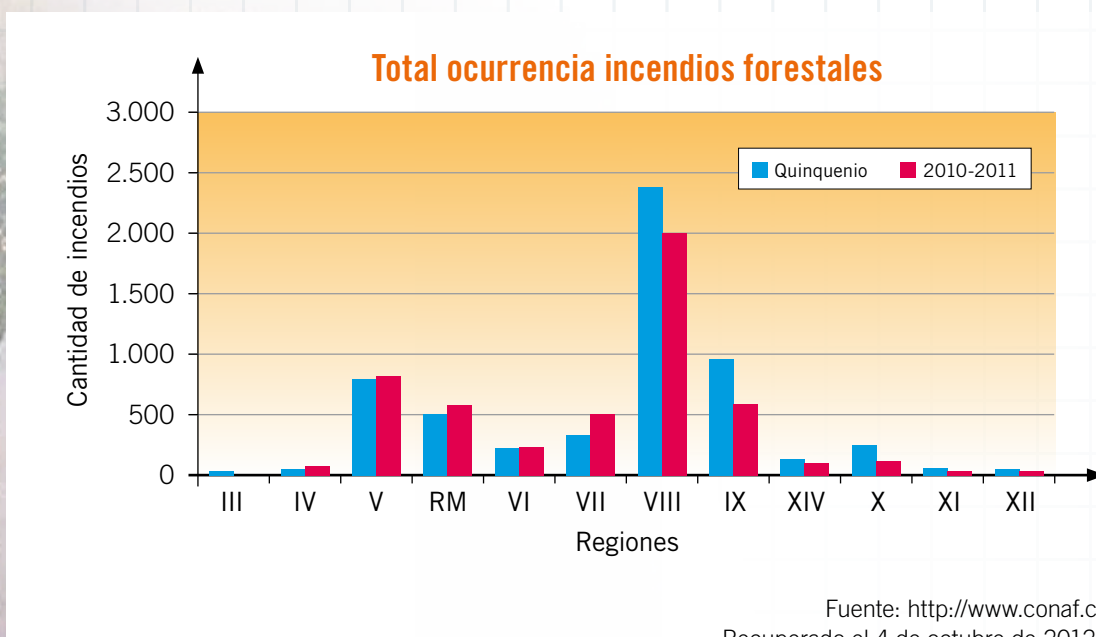
Competencia matemática

Responde, según la información entregada.

- En total, ¿cuántos incendios se produjeron en el período 2010/2011? ► _____
- Marca con un ✓ la afirmación correcta.
 - ☐ En el gráfico se aprecia que la VIII Región tiene mayor ocurrencia de incendios.
 - ☐ Según el gráfico, la Región Metropolitana tiene la menor ocurrencia de incendios.



El gráfico de barras dobles representa la información de la tabla.



Competencia social y ciudadana

Reflexiona y comenta.

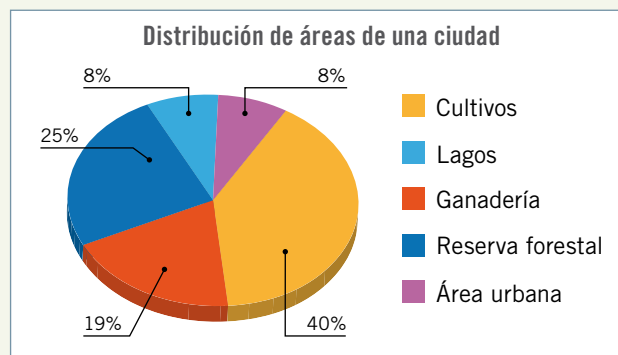
- ¿De qué región chilena son los habitantes más perjudicados por los incendios forestales?
- ¿Cuál crees que es la principal razón por la que se producen los incendios forestales?
- ¿Cómo puedes ayudar a la prevención de los incendios?
- Nombra algunas campañas para la prevención de este tipo de accidentes.



Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

1. El gráfico corresponde a la distribución de las áreas dedicadas a distintas actividades, en un sector de la ciudad que tiene un total de 19.500 km^2 . ¿Qué afirmación es verdadera?

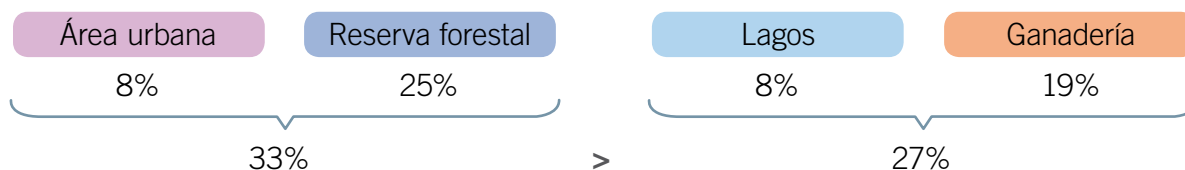
- A. Los cultivos son menos de 7.600 km^2 de la ciudad.
- B. El área urbana y la reserva forestal en conjunto tienen menor superficie que la superficie de los lagos y la ganadería.
- C. El área urbana corresponde a más de 1.500 km^2 de la ciudad.
- D. El porcentaje de la distribución del área ganadera es mayor que 19%.



Análisis de las alternativas

A. Se calcula el porcentaje que representan los cultivos, es decir, el 40% de 19.500 km^2 , lo que resulta:
 $19.500 \cdot \frac{40}{100} = 7.800$.
 Por lo tanto, la superficie de los cultivos corresponde a **más** de 7.600 km^2 .

B. Al observarse la distribución en el gráfico circular, se relaciona cada área con su correspondiente porcentaje, obteniéndose:



C. Se calcula el área urbana, que corresponde al 8% de 19.500 km^2 : $19.500 \cdot \frac{8}{100} = 1.560$.
 Por lo tanto, el área urbana corresponde a más de 1.500 km^2 .

D. El área de la superficie ganadera es **igual al** 19% y **no es mayor** que este porcentaje.

► Por lo tanto, la alternativa **C** es la correcta.

1. ☐ A ☐ B ☒ C ☐ D

¿Qué aprendiste?

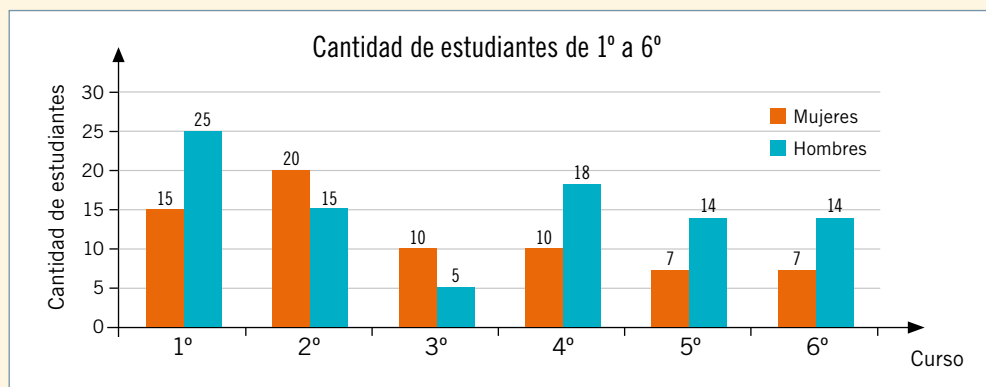
Evaluación final

1. Observa el siguiente gráfico y responde.

puntos

3

En el gráfico de barras se muestra la cantidad de mujeres y hombres que hay en cada curso de una escuela.



- ¿En qué curso hay más mujeres que hombres? ▶ _____
- ¿Cuántos estudiantes hay en la escuela? ▶ _____
- Completa la tabla con la información del gráfico.

Cantidad de estudiantes						
Género \ Curso	1º	2º	3º	4º	5º	6º
Mujeres						
Hombres						

2. El gráfico circular corresponde a las preferencias deportivas de 1.200 estudiantes de un colegio.

puntos

2

a. Escribe la mayor y la menor preferencia.

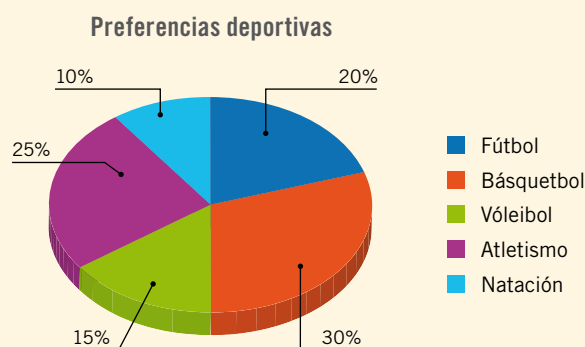
Mayor ▶ _____

Menor ▶ _____

b. Escribe la cantidad que representa cada preferencia.

Fútbol ▶ _____

Vóleybol ▶ _____



3. En un sexto básico, un estudiante ha obtenido las siguientes calificaciones:

4,0 - 6,3 - 5,8 - 6,0 - 5,6 - 6,0 - 5,0 - 5,0 - 6,0 - 7,0 - 5,8 - 4,0

puntos
3

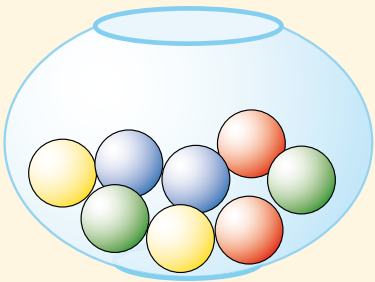
Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

- a. ☐ La calificación que representa la moda es un 6,0.
Justificación: _____
- b. ☐ El promedio corresponde a una calificación menor que la mediana.
Justificación: _____
- c. ☐ La calificación que representa la mediana no está entre los datos presentados.
Justificación: _____

4. La tabla de frecuencias representa el experimento aleatorio de extraer al azar una bolita del recipiente que se muestra, registrar el color obtenido y a continuación introducir la bolita nuevamente al recipiente. Completa la tabla y luego responde.

puntos
3

Extracción de una bolita		
Color	Frecuencia	Frecuencia relativa
Verde	32	
Amarillo	18	
Azul	36	
Rojo	24	



- a. ¿Cuántas veces se realizó el experimento? ► _____
- b. Escribe el número decimal que representa cada frecuencia relativa.
Verde ► _____ Amarillo ► _____ Azul ► _____ Rojo ► _____
- c. Un estudiante afirma que, como los sucesos son equiprobables, el resultado de repetir sucesivamente dicho experimento se acerca hacia un número decimal que se encuentra entre el máximo y el mínimo de las frecuencias relativas asociadas a cada suceso. ¿Es correcta esta afirmación?
► _____



Marca con una **X** la alternativa correcta.

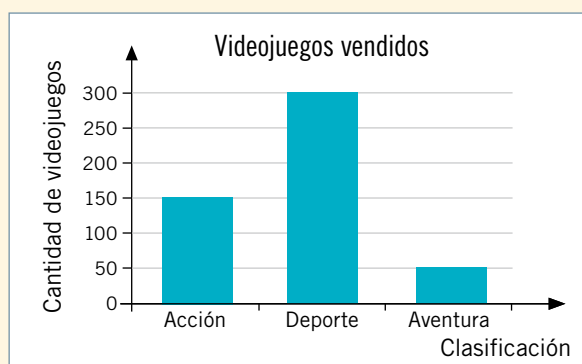
5. ¿Qué afirmación es **verdadera**?

puntos

3

- ☐ A. Una muestra siempre tiene más elementos que la población.
- ☐ B. Las variables cualitativas siempre se miden numéricamente.
- ☐ C. La población es un subconjunto de la muestra.
- ☐ D. Las variables cuantitativas se miden numéricamente.

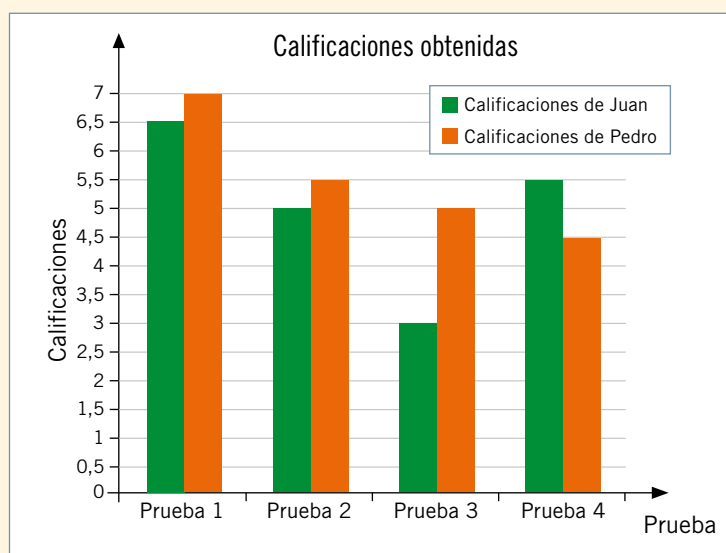
El siguiente gráfico muestra los distintos tipos de videojuegos vendidos.



6. ¿Cuántos videojuegos se vendieron en total?

- ☐ A. 50 unidades.
- ☐ B. 150 unidades.
- ☐ C. 300 unidades.
- ☐ D. 500 unidades.

7. El siguiente gráfico muestra las calificaciones obtenidas por Pedro y Juan durante el primer trimestre.



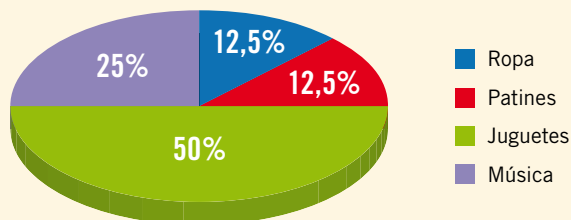
¿Qué afirmación es **falsa**?

- ☐ A. La calificación mayor corresponde a un 7,0.
- ☐ B. La mayor diferencia entre las calificaciones es igual a 4,0.
- ☐ C. En la prueba 2, Pedro obtiene una calificación mayor que Juan.
- ☐ D. La menor diferencia entre las calificaciones obtenidas es de 0,5.

8. El gráfico circular corresponde a los resultados de una encuesta realizada a 280 niños sobre los obsequios que prefieren recibir en Navidad.

puntos

3



¿Qué número corresponde al porcentaje que representa la música?

- A. 35
B. 70
C. 120
D. 140
9. El departamento de recursos humanos de una empresa realiza un estudio estadístico acerca de las edades de un grupo de empleados. Los resultados se representan en un diagrama de tallo y hojas. ¿Qué afirmación es **verdadera**?

- A. Una persona tiene 30 años.
B. Tres personas tienen 56 años.
C. Tres personas tienen 42 años.
D. Dos personas tienen más de 40 años.

Edades	
2	→ 3 7 8 8
3	→ 0 5 5 6 7 8
4	→ 2 2 5 6
5	→ 0 2

Las calificaciones obtenidas por 10 estudiantes en el examen final de Matemática fueron las siguientes:

5,0 - 4,8 - 5,0 - 5,8 - 7,0 - 5,5 - 5,0 - 6,0 - 5,9 - 7,0

Considerando lo anterior, responde las preguntas 10 y 11.

10. ¿Cuál es la media aritmética de estas calificaciones?

- A. 5,5
B. 5,6
C. 5,7
D. 5,8



11. ¿Cuál es la mediana de las calificaciones?

- ☐ A. 5,5
- ☐ B. 5,65
- ☐ C. 5,75
- ☐ D. 5,85

puntos

4

12. ¿Qué alternativa **no** es una característica de un experimento aleatorio?

- ☐ A. El experimento depende del azar.
- ☐ B. Su resultado no se puede predecir.
- ☐ C. El resultado del experimento es predecible.
- ☐ D. Al realizar el experimento, no se tiene certeza de lo que ocurrirá.

Se realizó un estudio con respecto a la cantidad de horas que un grupo de estudiantes dedica al día a ver televisión. La tabla de frecuencias resume dicha información.

Horas de televisión que ven al día	
Horas de televisión	Frecuencia absoluta
1	15
2	12
3	10
4	3

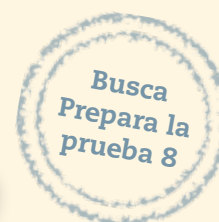
Con la información de la tabla, responde las preguntas 13 y 14.

13. ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados?

- ☐ A. 15
- ☐ B. 20
- ☐ C. 30
- ☐ D. 40

14. Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de elegir un estudiante que vea 3 horas de televisión al día?

- ☐ A. $\frac{15}{40}$
- ☐ B. $\frac{12}{40}$
- ☐ C. $\frac{10}{40}$
- ☐ D. $\frac{3}{40}$



Completa tus datos.

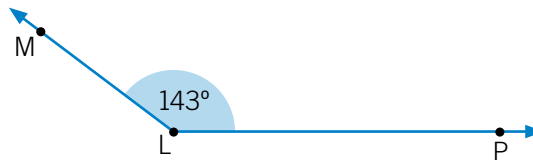
Nombre: _____

Curso: _____

Fecha: _____

Marca con una **X** la alternativa correcta.

Con respecto al ángulo presentado, responde las preguntas 1 y 2.



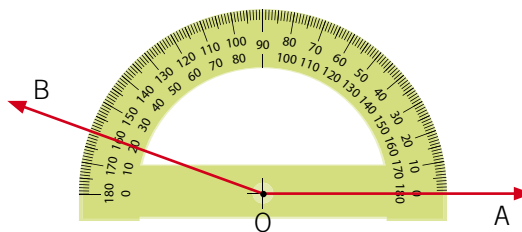
1. ¿Qué alternativa es **falsa**?

- ☐ A. $m(\angle MLP) = 143^\circ$
- ☐ B. Uno de sus rayos es LP.
- ☐ C. El vértice del ángulo es L.
- ☐ D. El ángulo está formado por 2 rayos.

2. ¿Cuál es la clasificación del ángulo?

- ☐ A. Agudo.
- ☐ B. Recto.
- ☐ C. Obtuso.
- ☐ D. Extendido.

3. Con respecto al ángulo presentado, ¿qué alternativa es **falsa**?

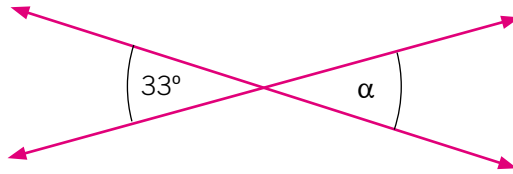


- ☐ A. $m(\angle AOB) = 160^\circ$
- ☐ B. Si el ángulo aumenta en 20° , corresponde a un ángulo recto.
- ☐ C. El instrumento ocupado para medir el ángulo es el transportador.
- ☐ D. La medida del ángulo se encuentra entre 90° y 180° .



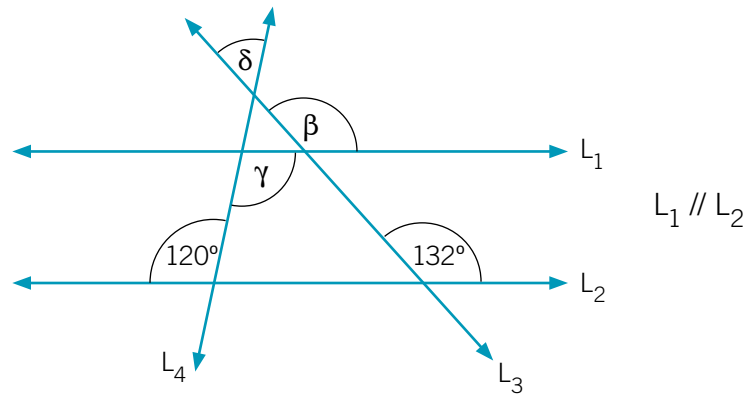
4. ¿Cuál es la medida del ángulo α ?

- ☐ A. 33°
- ☐ B. 57°
- ☐ C. 137°
- ☐ D. 147°



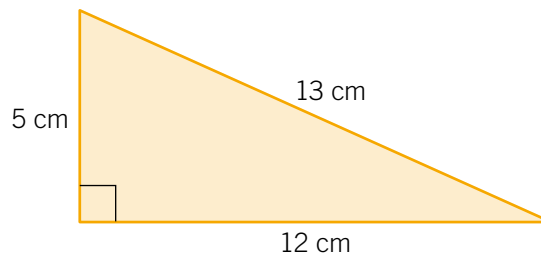
5. Con respecto a la figura presentada, ¿cuál es la medida del ángulo δ ?

- ☐ A. 48°
- ☐ B. 62°
- ☐ C. 72°
- ☐ D. 82°



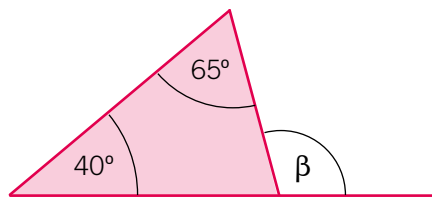
6. ¿Cuál es la clasificación del siguiente triángulo?

- ☐ A. Rectángulo isósceles.
- ☐ B. Rectángulo equilátero.
- ☐ C. Rectángulo escaleno.
- ☐ D. Rectángulo acutángulo.



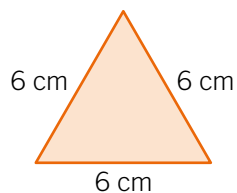
7. ¿Cuál es la medida del ángulo β ?

- ☐ A. 40°
- ☐ B. 65°
- ☐ C. 75°
- ☐ D. 105°

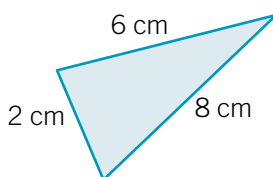


8. De los triángulos que se muestran, ¿qué construcción es incorrecta?

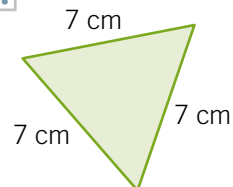
A.



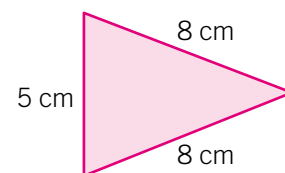
B.



C.



D.



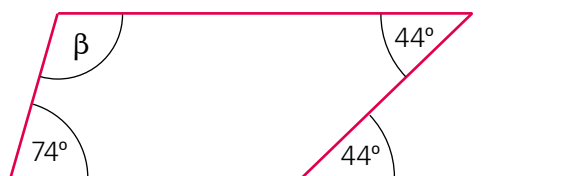
9. ¿Cuál es la medida del ángulo β en el cuadrilátero que se muestra?

A. 44°

B. 74°

C. 106°

D. 136°



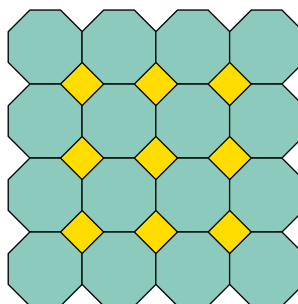
10. ¿Qué tipo de teselación se muestra?

A. Regular.

B. No regular.

C. Semirregular.

D. Antisimétrica.



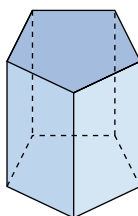
11. ¿Cuántos vértices tiene el prisma que se muestra?

A. 5

B. 7

C. 10

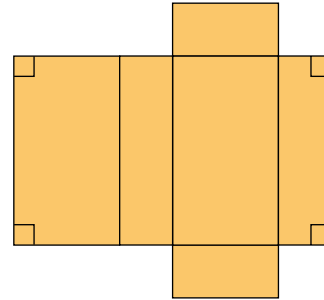
D. 15





12. Con respecto a la red que se muestra, ¿qué afirmación es **falsa**?

- ☐ A. Está formado solo por rectángulos.
- ☐ B. La red representa un prisma oblicuo.
- ☐ C. El cuerpo que representa es un prisma recto.
- ☐ D. La red representa a un cuerpo con 6 caras en total.

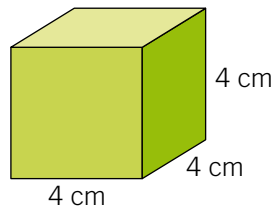


13. ¿Qué alternativa es equivalente a 30 m^2 ?

- ☐ A. $0,3 \text{ km}^2$
- ☐ B. 300 dm^2
- ☐ C. $0,0003 \text{ dam}^2$
- ☐ D. 300.000 cm^2

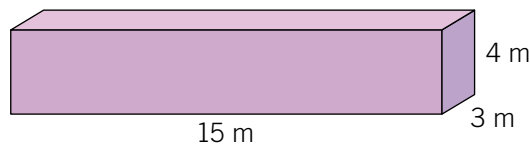
14. ¿Cuál es el área total del cubo que se muestra?

- ☐ A. 48 cm^2
- ☐ B. 64 cm^2
- ☐ C. 72 cm^2
- ☐ D. 96 cm^2



15. ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo que se muestra?

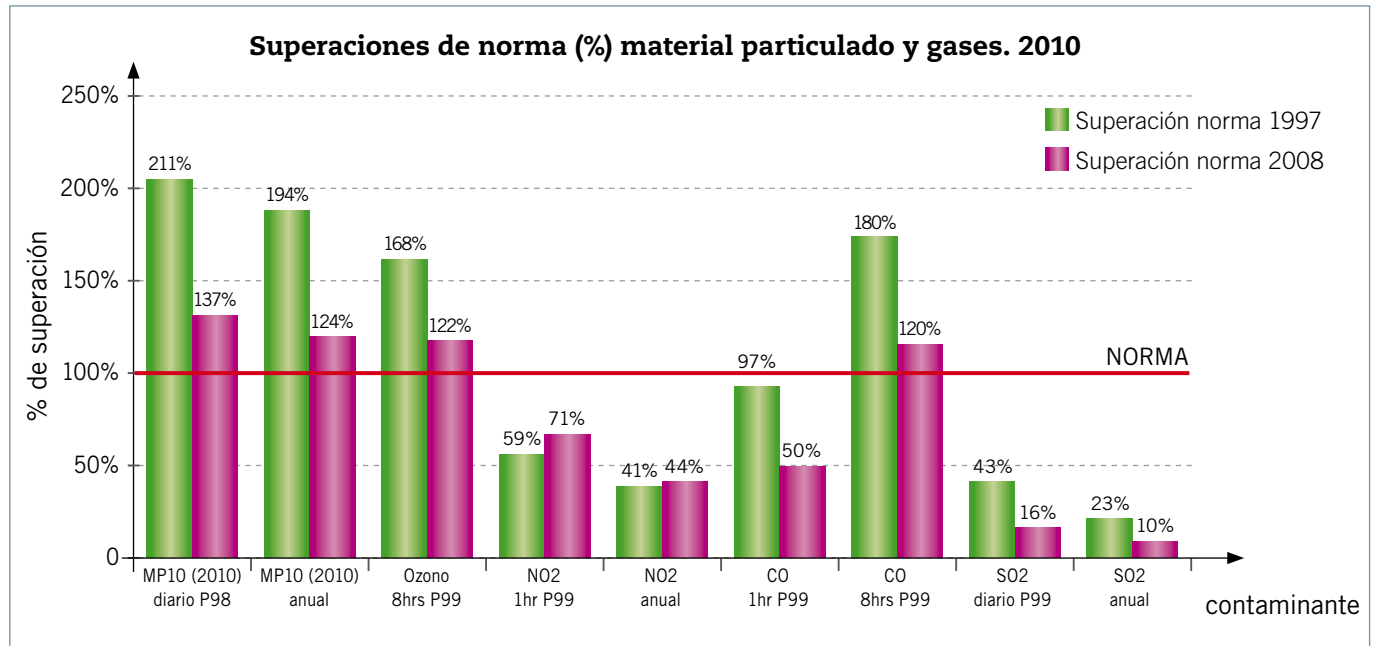
- ☐ A. 45 m^3
- ☐ B. 72 m^3
- ☐ C. 180 m^3
- ☐ D. 1.800 m^3



16. Si las calificaciones obtenidas por un estudiante son 4,6 ; 5,5 ; 5,5 ; 6,5 ; 7,0 ; 4,5, ¿cuál es el valor de la M_o ?

- ☐ A. 4,6
- ☐ B. 5,5
- ☐ C. 5,6
- ☐ D. 7,0

17. El gráfico de barras dobles que se muestra corresponde al Informe Anual 2010 del Medio Ambiente, elaborado por el INE. La información representada permite comparar porcentualmente las concentraciones de contaminantes medidas respecto del valor de la norma.



Con respecto al gráfico, ¿qué alternativa es **verdadera**?

- ☐ A. Cuatro contaminantes se encuentran bajo el 100%.
 - ☐ B. Cinco contaminantes se encuentran por sobre el 100%.
 - ☐ C. El porcentaje de superación mayor corresponde a 211%.
 - ☐ D. La superación de la norma de SO2 en el año 2008 es igual al 10%.
18. Se representan en diagramas de tallo y hojas las masas corporales en kg, de los estudiantes de dos sextos básicos.

6° A

3	→	9 9 9
4	→	0 0 1 1 2 2 3 4 4 5 7 7 8 9 9
5	→	0 0

6° B

3	→	9 9
4	→	0 1 1 2 3 5 5 7 7 7 8 9 9 9 9
5	→	0 0 0

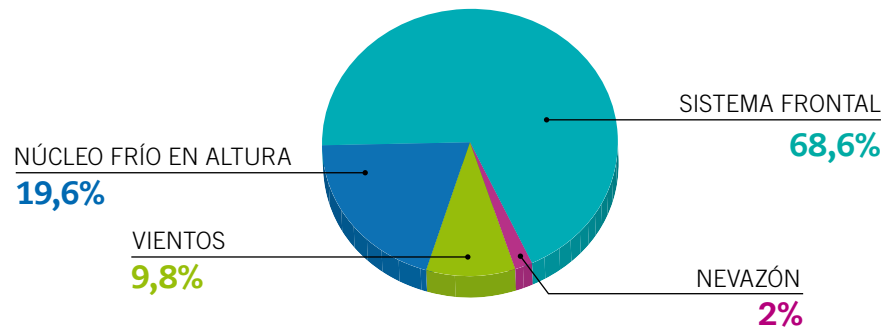
¿Qué alternativa es **falsa**?

- ☐ A. El 6° A tiene más estudiantes con 39 kg que el 6° B.
- ☐ B. En ambos cursos la mayor masa corporal registrada corresponde a 50 kg.
- ☐ C. El 6° A tiene menos estudiantes con una masa corporal de 42 kg que el 6° B.
- ☐ D. El 6° B tiene 1 estudiante más con una masa corporal de 47 kg que el 6° A.



19. El gráfico circular corresponde al Informe Anual 2010 del Medio Ambiente, elaborado por el INE (porcentajes redondeados).

Porcentaje de ocurrencia de eventos relacionados con temporales en el país 2010



Con respecto al gráfico, ¿qué alternativa es **verdadera** respecto de la ocurrencia de cada fenómeno?

- A.** El sistema frontal es inferior al 65%.
- B.** Los vientos representan menos del 10%.
- C.** El núcleo frío en altura corresponde a menos del 19%.
- D.** La nevazón solamente alcanza un porcentaje mayor que el 3%.
20. La tabla que se muestra corresponde a la cantidad de hermanos que tienen los estudiantes de 6° básico. Si se selecciona un estudiante al azar, ¿cuál es la frecuencia relativa con respecto a 1 hermano?

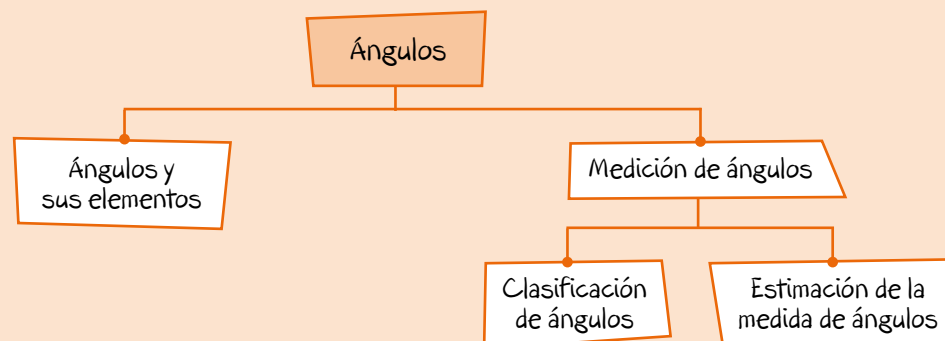
- A.** $\frac{8}{9}$
- B.** $\frac{8}{10}$
- C.** $\frac{8}{27}$
- D.** $\frac{27}{8}$

Cantidad de hermanos de estudiantes de 6° básico	
Cantidad de hermanos	Frecuencia
0	9
1	8
2	10

21. Si se lanza en forma consecutiva un dado de 6 caras, ¿hacia qué valor “tiende” a estabilizarse la probabilidad de ocurrencia de que salga cualquiera de sus caras?

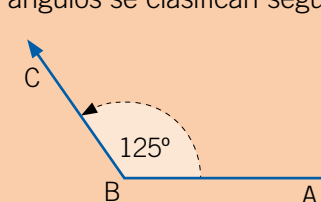
- A.** $\frac{8}{9}$
- B.** $\frac{1}{6}$
- C.** $\frac{2}{8}$
- D.** $\frac{7}{8}$

Módulo 1

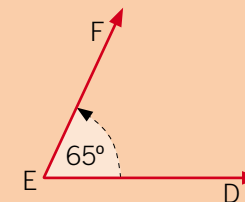


Clasificación de ángulos

Los ángulos se clasifican según sus medidas.

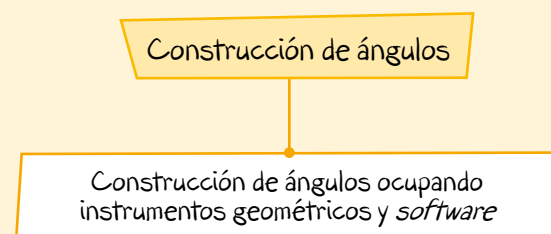


$m(\angle ABC) = 125^\circ$, corresponde a un ángulo obtuso.



$m(\angle DEF) = 65^\circ$, corresponde a un ángulo agudo.

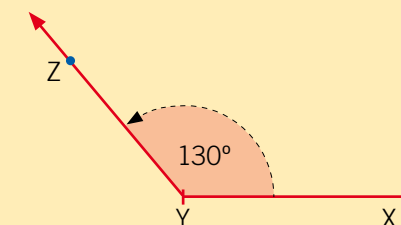
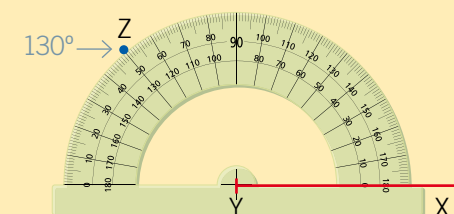
Módulo 2



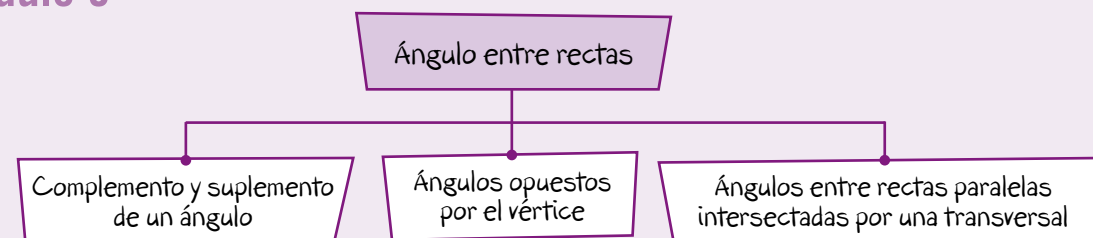
Construcción de ángulos

Al construir un ángulo de 130° , puedes considerar lo siguiente:

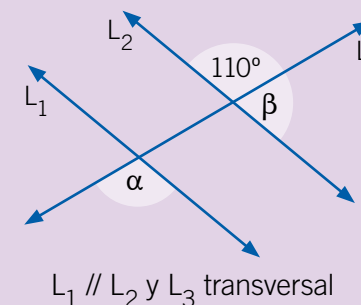
- Ubicar dicha medida en el transportador, para luego construir el ángulo



Módulo 3



Ángulos entre rectas paralelas intersectadas por una transversal



En la imagen las rectas se intersectan. Se observa que para calcular la medida del ángulo β , se puede calcular el suplemento de 110° :

$$\beta = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

Se puede deducir que la medida de α , corresponde al mismo valor del suplemento de β , es decir, 110° .

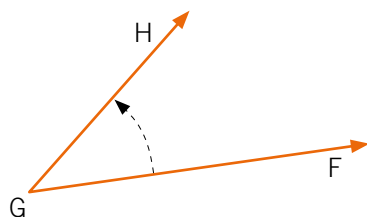
Prepara la prueba 5 • Repaso



Módulo 1: Ángulos

1. Completa con los datos de cada ángulo.

a.

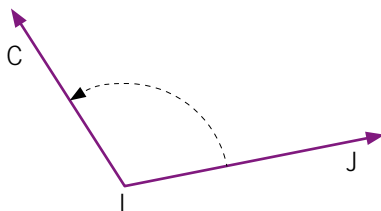


Lados ► _____

Vértice ► _____

Nombre ► _____

b.



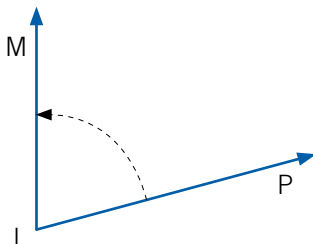
Lados ► _____

Vértice ► _____

Nombre ► _____

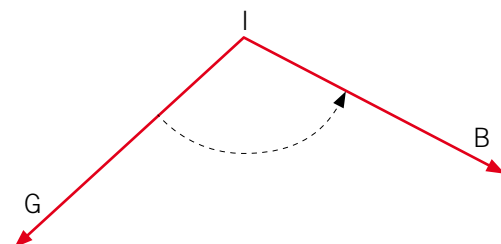
2. Utiliza un transportador para medir cada ángulo.

a.



$m(\angle PLM) =$ _____

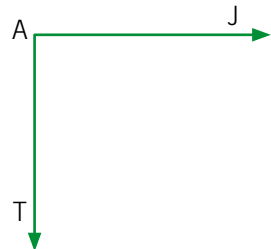
b.



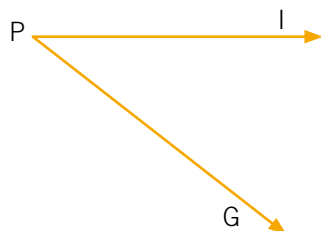
$m(\angle GIB) =$ _____

3. Clasifica cada uno de los ángulos, según sea su medida.

a.



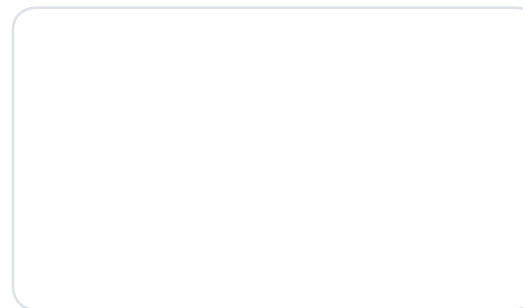
b.



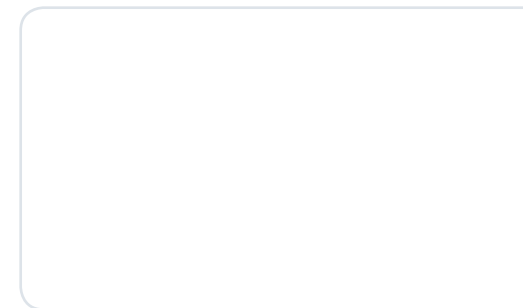
Módulo 2: Construcción de ángulos

4. Construye cada ángulo según la medida correspondiente.

a. $m(\angle CEA) = 45^\circ$.



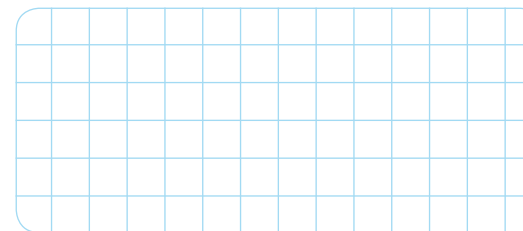
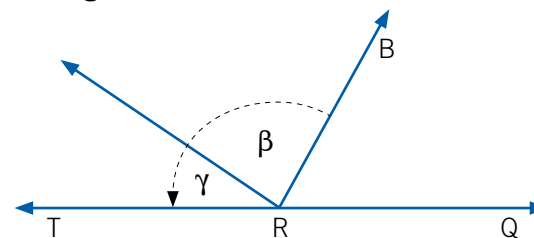
b. $m(\angle JRT) = 110^\circ$.



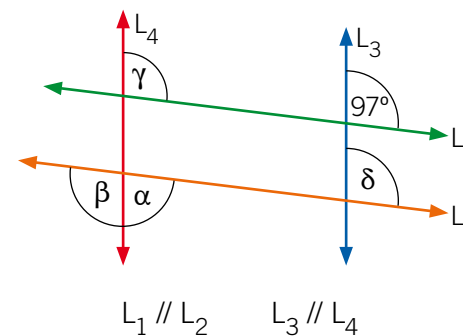
Módulo 3: Ángulo entre rectas

5. Resuelve el siguiente ejercicio.

En la recta QT que contiene al punto R, se sabe que $\gamma = 34^\circ$ y $\beta = 85^\circ$. ¿Cuál es la medida del ángulo QRB?



6. Calcula la medida de cada ángulo según corresponda.



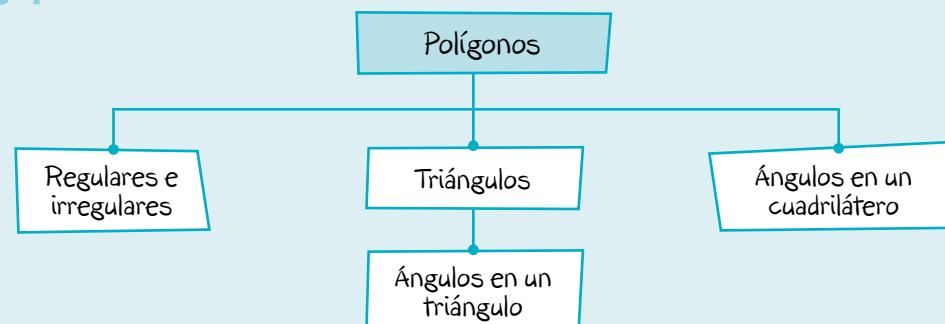
a. $\angle \alpha$ ► _____

b. $\angle \beta$ ► _____

c. $\angle \gamma$ ► _____

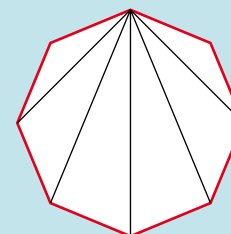
d. $\angle \delta$ ► _____

Módulo 1



Polígonos

Para calcular la medida de los ángulos interiores de un octágono regular, se puede dividir el polígono en 6 triángulos que tengan un vértice en común.



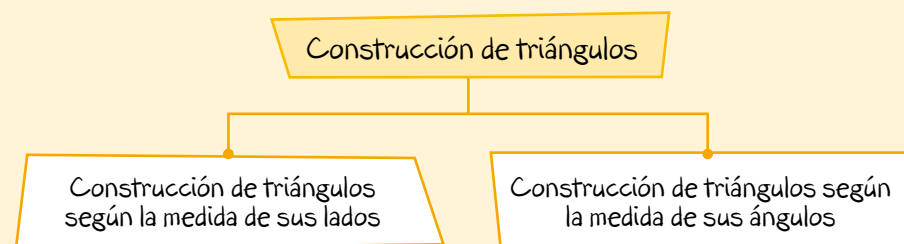
Los ángulos interiores de un triángulo suman 180° . Luego, la suma de los ángulos interiores de un octágono se puede calcular como:

$$180^\circ \cdot 6 = 1.080^\circ$$

Cada ángulo interior de un polígono regular tiene igual medida. Por lo tanto, cada ángulo interior mide:

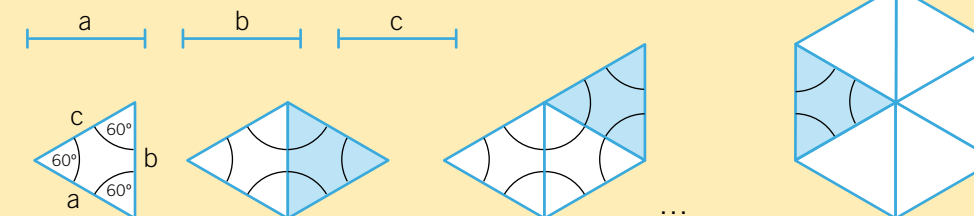
$$1.080^\circ : 8 = 135^\circ$$

Módulo 2

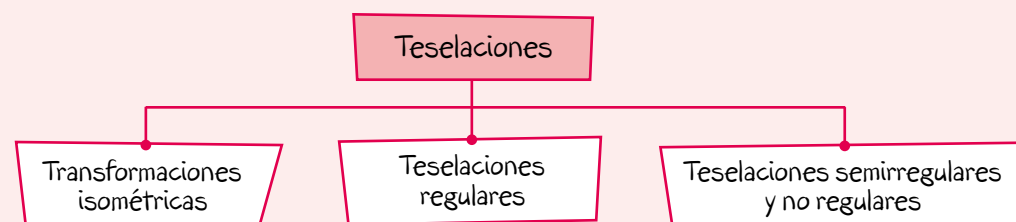


Construcción de triángulos

Una manera de construir un hexágono regular es **construyendo un triángulo equilátero** y, luego, en cada uno de sus lados, construir otro en forma sucesiva.

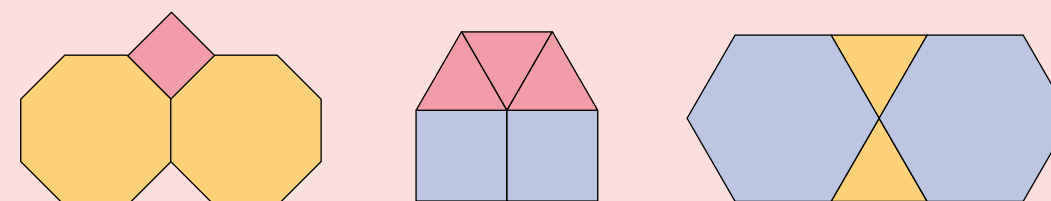


Módulo 3



Teselaciones

Para embaldosar el plano mediante teselaciones semirregulares, se pueden ocupar las siguientes figuras geométricas:



Prepara la prueba 6 • Repaso



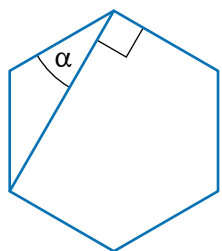
Módulo 1: Polígonos

1. Responde las siguientes preguntas.

a. ¿Qué diferencia un polígono regular de uno irregular?

b. ¿Cuál es la medida del ángulo interior en un polígono regular de 4 lados?

c. En el siguiente hexágono regular, ¿cuál es el valor de α ?

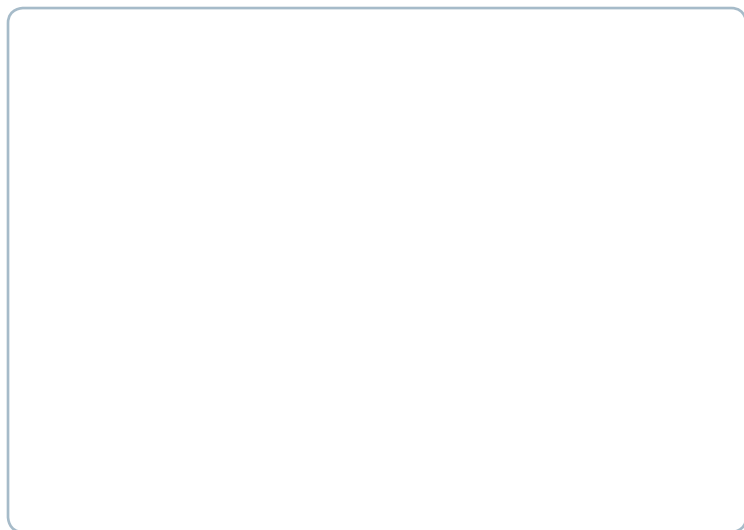
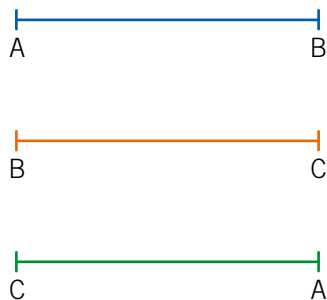


$\alpha =$ _____

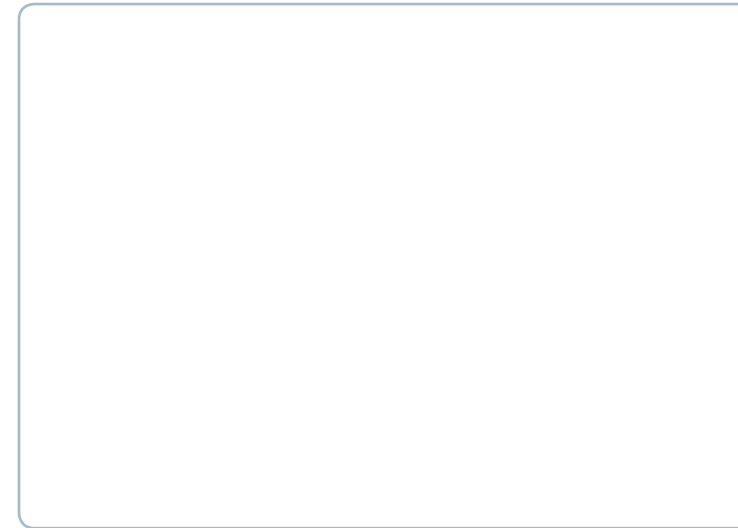
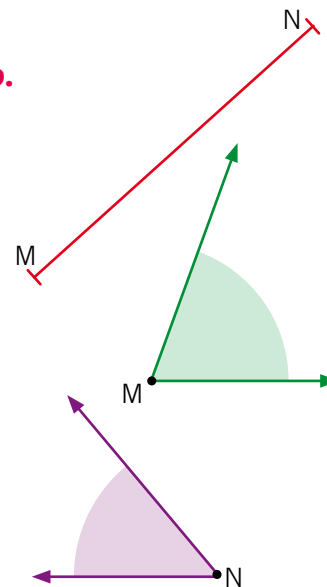
Módulo 2: Construcción de triángulos

2. Construye los siguientes triángulos según los elementos dados.

a.



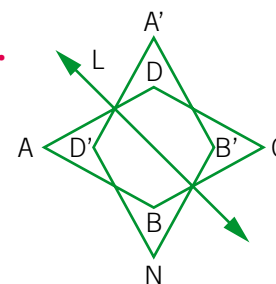
b.



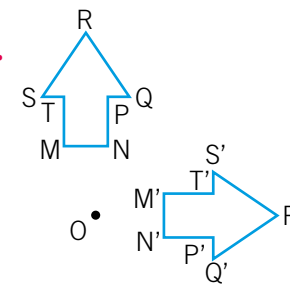
Módulo 3: Teselaciones

3. Escribe la transformación isométrica realizada en cada caso.

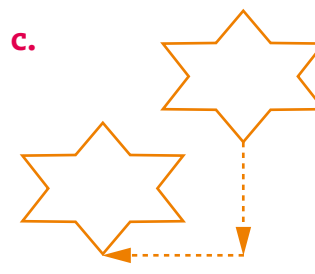
a.



b.



c.



4. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

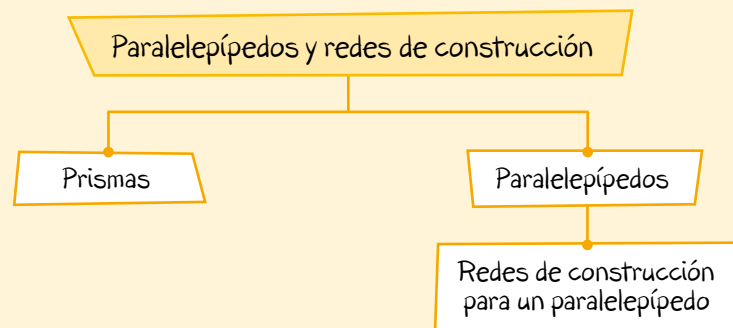
a. ☐ Una teselación regular se puede construir solo con el cuadrado.

Justificación: _____

b. ☐ Una teselación semirregular se puede construir con 2 o más polígonos regulares.

Justificación: _____

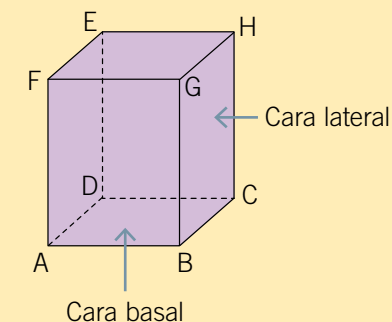
Módulo 1



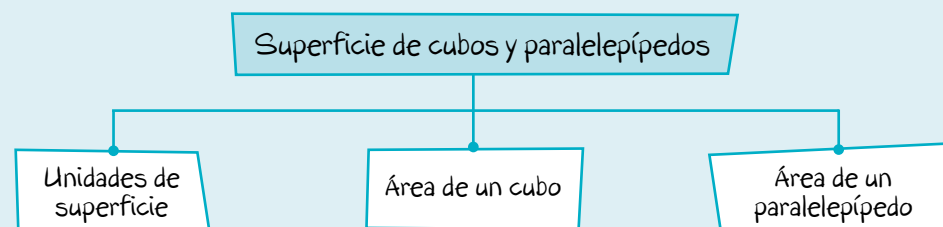
Paralelepípedos

Un paralelepípedo es recto cuando sus caras laterales (4) son perpendiculares a las caras basales (2). En este caso:

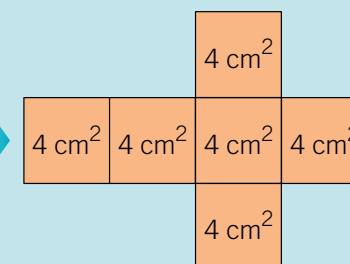
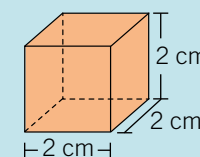
- Vértices: A, B, C, D, E, F, G, H.
- Aristas: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AF}$, $\overline{BG}$, $\overline{CH}$, $\overline{DE}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HE}$, $\overline{EF}$.



Módulo 2

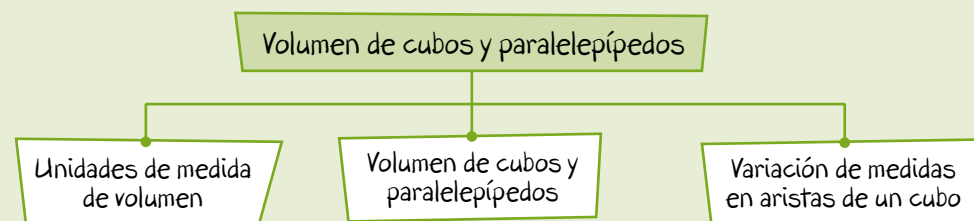


Área de un cubo



Para calcular el área del cubo, se puede representar su red de construcción y calcular el área de cada cuadrado; luego, la suma de estos corresponde al área total. En el ejemplo es 24 cm^2 .

Módulo 3



Volumen de paralelepípedos

El volumen del paralelepípedo es 42 cm^3 . Para determinar la medida de la arista que falta, se puede realizar lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 7 \cdot 2 \cdot h &= 42 \\
 14 \cdot h &= 42 \\
 h &= \frac{42}{14} \\
 h &= 3
 \end{aligned}$$



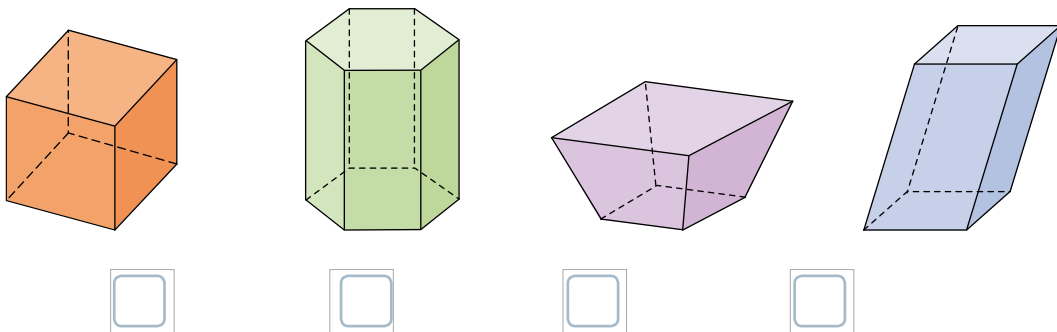
Luego, la medida de la arista que falta es 3 cm.

Prepara la prueba 7 • Repaso

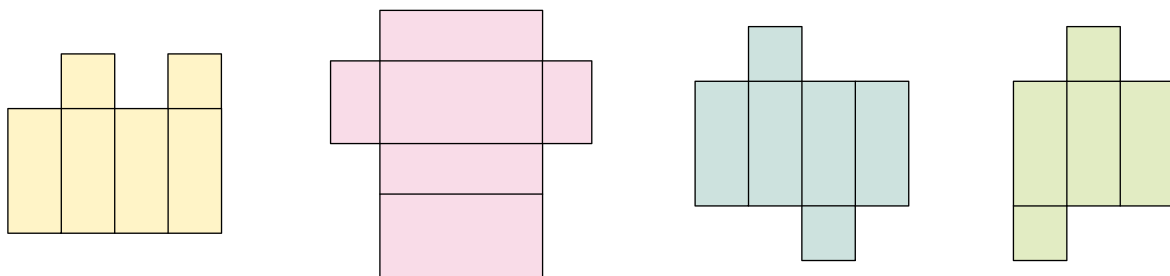


Módulo 1: Paralelepípedos y redes de construcción

1. Marca con un ✓ los cuerpos geométricos que son paralelepípedos.



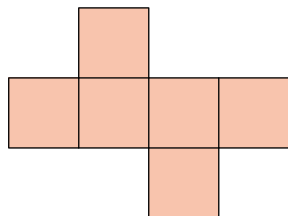
2. Encierra las redes con las que se puede construir un paralelepípedo recto de base cuadrada.



Módulo 2: Superficies de cubos y paralelepípedos

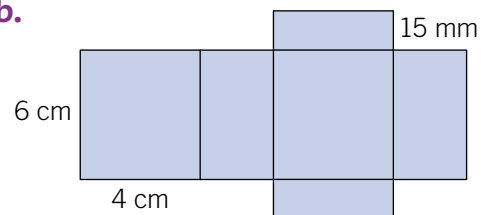
3. Calcula las medidas pedidas en cada caso.

a.



Si el área total es 24 dm^2 , la medida de su arista es _____.

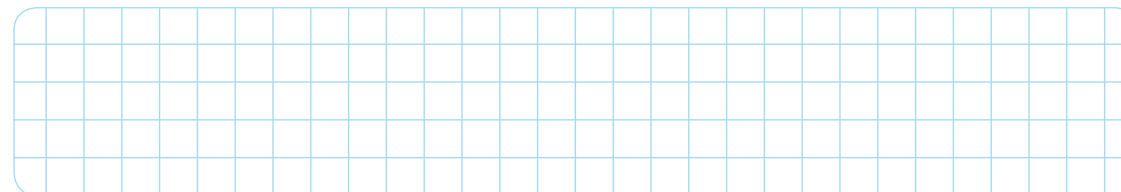
b.



El área total es _____.

4. Resuelve el siguiente problema.

Se necesita envolver un paquete con forma de paralelepípedo recto, cuyas medidas son 4 cm de ancho, 120 mm de largo y 0,6 dm de alto, como mínimo. ¿Cuántos centímetros cuadrados de papel serán necesarios para envolverlo?



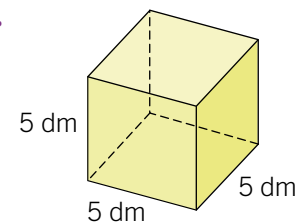
Módulo 3: Volumen de cubos y paralelepípedos

5. Completa las equivalencias que correspondan.

- a. 500 m^3 equivalen a _____ cm^3
- b. 45.000 dm^3 equivalen a _____ m^3
- c. $6.000.000 \text{ cm}^3$ equivalen a _____ m^3
- d. 890.000 mm^3 equivalen a _____ cm^3

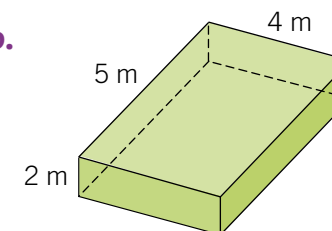
6. Calcula el volumen (V) de los siguientes cuerpos geométricos.

a.



V = _____

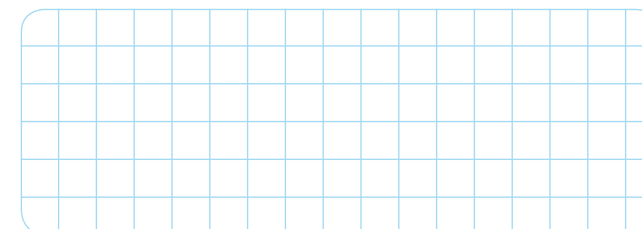
b.



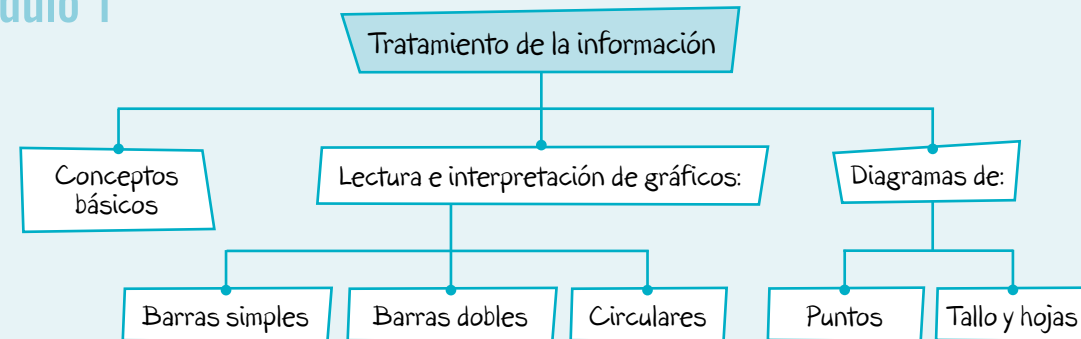
V = _____

7. Resuelve el siguiente problema.

Si las medidas de un cubo de arista 3 cm se duplican, ¿cuál será el volumen del nuevo cubo?



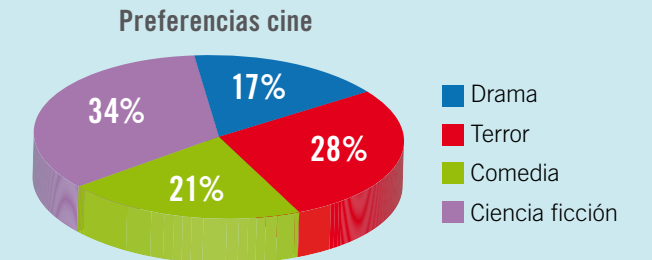
Módulo 1



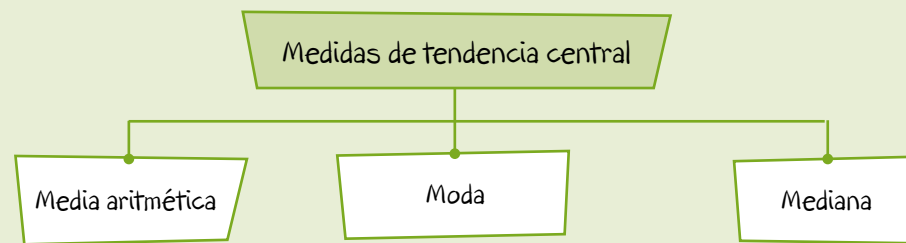
Lectura e interpretación de gráficos circulares

Sabiendo que 29.988 personas encuestadas prefieren la comedia, se puede calcular la cantidad total de personas encuestadas:

$$\text{Total: } \frac{29.988 \cdot 100}{21} = 142.800$$



Módulo 2



Medidas de tendencia central

Las notas obtenidas por Juan en Matemática durante el semestre son:

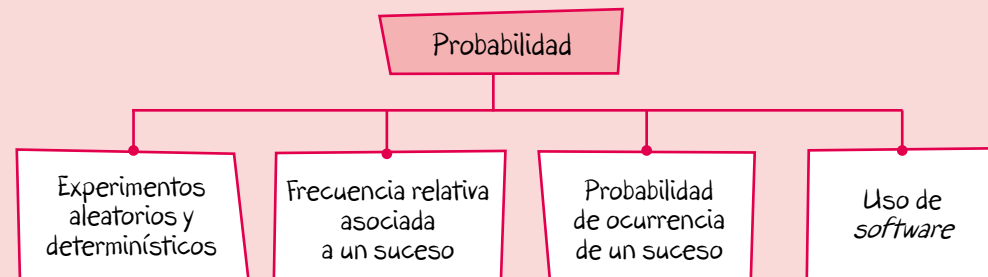
7,0 - 6,0 - 5,5 - 4,0 - 5,0 - 4,0

Al ordenar los datos de forma ascendente, se obtiene:

4,0 - 4,0 - 5,0 - 5,5 - 6,0 - 7,0

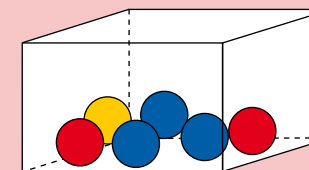
$$M_e = \frac{5,0 + 5,5}{2} = 5,25 \quad M_0 = 4 \quad \bar{x} = \frac{4,0 + 4,0 + 5,0 + 5,5 + 6,0 + 7,0}{6} = 5,25$$

Módulo 3



Frecuencia relativa asociada a un suceso

En la caja hay 6 pelotitas de igual tamaño y forma. Al extraer una pelotita 100 veces, se tiene:

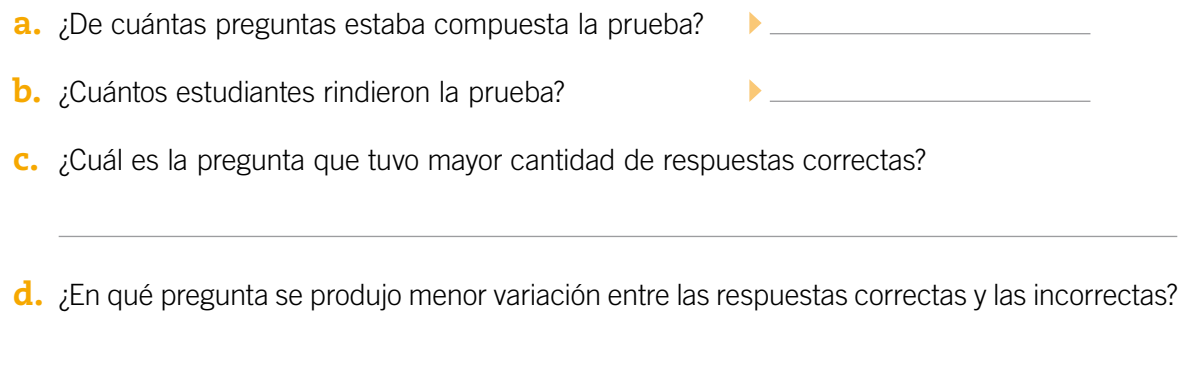


Color de la bolita	Frecuencia
Roja	23
Azul	65
Amarilla	12

Luego, la frecuencia relativa al extraer una bolita de color azul es $\frac{65}{100}$.

Desprende,
responde
y pega en
tu cuaderno

1. En un curso de sexto básico se analizan las respuestas correctas e incorrectas de cada una de las preguntas (P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7) de una prueba de Matemática.



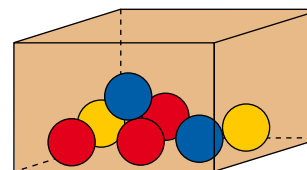
2. Las temperaturas promedio de cada uno de los meses de un año se registran en la siguiente tabla.

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
30 °C	29 °C	31 °C	27 °C	25 °C	23 °C	16 °C	11 °C	17 °C	19 °C	23 °C	25 °C

Calcula las medidas de tendencia central.

3. Resuelve el siguiente problema.

Consideremos el evento: “extraer una pelotita al azar”. La tabla muestra los resultados después de realizar 160 veces dicho experimento.



Extracción de bolitas	
Color de la bolita	Frecuencia
Roja	58
Azul	62
Amarilla	?

Calcula la frecuencia relativa según corresponda.

$f_r(\text{roja}) =$ $f_r(\text{azul}) =$ $f_r(\text{negra}) =$

ISBN: 978-956-15-2195-7



La salud y la seguridad
también son parte de tu educación

Matemática básico

